Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. X, n.º 1 (1986), págs. 127-140

COMBINACION OPTIMA DE LOS METODOS FINANCIEROS DE UN SISTEMA DE PENSIONES

Rafael ENRIQUEZ DE SALAMANCA NAVARRO

Instituto Nacional de la Seguridad Social

El objetivo de este artículo consiste en exponer desde un punto de vista fundamentalmente demográfico y estructural (no histórico) los métodos básicos de financiación de un sistema de pensiones de Seguridad Social, para exponer a continuación las limitaciones de tipo macroeconómico a los sistemas que utilizan un sólo método de financiación. Lo normal es usar combinaciones de métodos siendo el problema planteado el siguiente: ¿Cuál de las infinitas combinaciones posibles es la más adecuada? Este problema se plantea de forma natural como uno de programación lineal, lo cual permite en muchas ocasiones dar una respuesta satisfactoria.

1. Introducción

Es sobradamente conocido el hecho de que muchos países europeos han adoptado un sistema de pensiones de la Seguridad Social que se base en tres pilares o niveles: primero, una pensión básica mínima y universal a cargo de la Administración estatal; en segundo lugar, una pensión de carácter profesional a cargo de empleadores y empleados, y finalmente, una pensión libre de carácter individual. Un problema básico de este esquema es el siguiente: ¿Qué magnitud debe tener cada nivel?

Naturalmente se han hecho muchas consideraciones genéricas de tipo cualitativo, tales como la conveniencia de financiar por un método de capitalización la pensión correspondiente al nivel profesional, debido a su característica de ayudar a generar ahorro en las empresas, reportar ventajas fiscales, economías de escala en la administración de fondos de pensiones, autofinanciación, etc.

En ocasiones se han propugnado soluciones decididas por una capitalización total del sistema de pensiones de forma pública (Casa Huga, 1982) o privada (Oller y Segura, 1982), con períodos más o menos imprecisos, hasta conseguir la capitalización total, tomando en consideración siempre un margen para aquellas personas que debido a la insuficiencia de sus ingresos no hayan podido constituir pensiones, las cuales se financiarían en principio con cargo al Estado. En los casos de más extrema privaticidad, se ha llegado incluso a proponer la reconversión de las actuales instituciones públicas de Seguridad Social en organizaciones residuales de caridad pública.

Muchas de las consideraciones acerca de los métodos de financiación se han hecho sin un punto de vista global, es decir, se contempla solamente la creación de fondos de pensiones en empresas o compañías de seguros, considerando los elementos clásicos de la financiación, tales como el alivio que producen los intereses en la cotización. Sin embargo, desde el punto de vista macroeconómico se ha puesto de manifiesto (Heubeck y Heubeck, 1980) que el capital nacional difícilmente puede superar un múltiplo del ingreso nacional (no superior a 6). También se conoce el hecho de que en una economía nacional la remuneración del capital tiene un límite (Bourgeois, Pichat y Chapion, 1979). Estas dos condiciones mencionadas tornan problemática la capitalización total de un sistema de pensiones de Seguridad Social, que hoy parece contar con muchos partidarios.

Es casi inevitable considerar métodos de financiación mixtos, es decir, intermedios entre el reparto y la capitalización. Las condiciones económicas y demográficas son las que establecen el marco a partir del cual se puede tomar una decisión. Entre las condiciones económicas están el límite de cotización admisible, la cuantía y clase de pensión, la revalorización de las mismas así como el retraso con que se haga y por supuesto la tasa de interés a largo plazo con la cual se supone que funciona la economía. Entre las condiciones demográficas hay que considerar la tasa de crecimiento demográfico y además como utilísimo elemento para formular planteamientos teóricos se tendrá en cuenta la estabilidad de la estructura de la población.

Para una investigación empírica se debe recurrir a proyecciones demográficas y financieras sin que estén de más las consideraciones teóricas globales basadas en dicha estabilidad demográfica.

El objetivo de este artículo consiste en exponer desde un punto de vista fundamentalmente demográfico y estructural (no histórico) los métodos básicos de financiación de un sistema de pensiones de seguridad social, para exponer a continuación las limitaciones de tipo macroeconómico a los sistemas que utilizan un sólo método de financiación. Lo normal es usar combinaciones de métodos siendo el problema planteado el siguiente: ¿Cuál de las infinitas combinaciones posibles es la más adecuada? Este problema se plantea de forma natural como uno de programación lineal, lo cual permite en muchas ocasiones dar una respuesta satisfactoria.

2. Perspectivas financieras

Bajo la hipótesis básica de una estructura de población estable del colectivo nacional objetivo de estudio, suponiendo además, como es habitual en estos estudios, un salario anual unitario, el fondo de salarios anual de la población viene dado por:

$$\int_{\alpha}^{\beta} e^{-x \cdot \rho} \cdot p(x) \cdot d(x) \qquad [1]$$

donde:

α = edad mínima de entrada al trabajo.
β = edad (fija) de jubilación.
ρ = tasa de crecimiento demográfico.
$p(x)$ = función biométrica de supervivencia de la población. Proporción de individuos de edad x respecto a los individuos existentes a la edad ($\alpha < x$) para una misma cohorte.

Sobre la base de una población estable podemos considerar los métodos básicos de financiación de pensiones de la Seguridad Social.

En primer lugar consideramos el método de reparto, que es un método transversal en sentido demográfico (Leguina, 1974, cap. V) (gráfico 1), en el cual el montante de las pensiones (para simplificar sólo se considerarán pensiones de jubilación) viene dado por:

$$\int_{\beta}^{\omega} e^{-n \cdot \sigma} \cdot e^{-\rho \cdot x} \cdot r \cdot p(x) \cdot dx \qquad [2]$$

donde:

r = proporción que representa la pensión sobre el salario.
$\sigma = \ln (1 + s)$.
s = tasa de incremento salarial.
n = núm. de años de desfase de la revalorización de pensiones con relación a los salarios.
ω = edad final de la función biométrica de supervivencia.

La tasa de cotización de este método viene dada por:

$$t_1 = \frac{\int_{\beta}^{\omega} e^{-n \cdot \sigma} \cdot r \cdot e^{-\rho \cdot x} \cdot p(x) \cdot dx}{\int_{\alpha}^{\beta} e^{-\rho \cdot x} \cdot p(x) \cdot dx} \qquad [3]$$

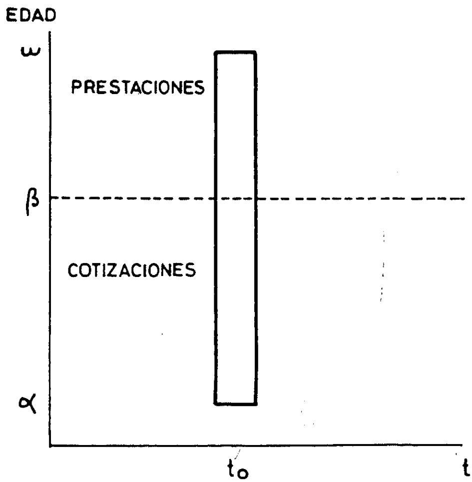

Gráfico 1.

Un método de financiación que, desde el punto de vista demográfico, se puede considerar mixto es el método de capitales de cobertura en donde la cotización tiene carácter transversal como en el método anterior, mientras que las prestaciones nuevas de cada año se capitalizan, es decir, se consideran longitudinalmente (gráfico 2) a partir de la generación que en ese instante de tiempo se jubila (a la edad β). Las pensiones que ha de percibir dicha generación hasta su desaparición (en ω) serán:

$$\int_{\beta}^{\omega} e^{-n \cdot \sigma} \cdot e^{-(\delta-\sigma)\bar{x}} \cdot r \cdot p(x, \beta) \cdot dx \qquad [4]$$

donde:

$\delta = \ln (1 + i)$.
i = tasa de interés.
$\bar{x} = x - \beta$.
$p(x, \beta)$ = probabilidad de alcanzar la edad x después de los β años.

Las cotizaciones, en este método, se obtienen a partir de los salarios corrientes y la tasa de cotización correspondiente será:

$$t_2 = \frac{\int_{\beta}^{\omega} e^{-n \cdot \sigma} \cdot e^{-(\delta-\sigma) \cdot \bar{x}} \cdot r \cdot p(x, \beta) \cdot dx}{\int_{\alpha}^{\beta} e^{-\rho \cdot x} \cdot p(x) \cdot dx} \qquad [5]$$

Conviene destacar que en este método existen reservas, mientras que en el método anterior no existen reservas. Si se llama V_1 a las reservas del método de reparto, tendremos $V_1 = 0$ independientemente de la unidad de medida.

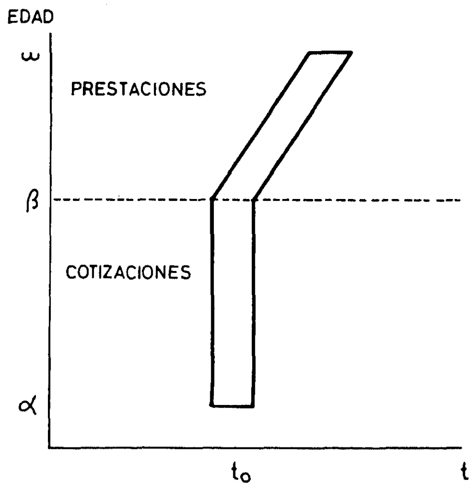

Gráfico 2.

Sean V_2 las reservas del método de capitales de cobertura. Para calcular su valor se tendrá en cuenta que la población cotizante (estable y normalizada) viene dada por:

$$P = \int_{\alpha}^{\beta} e^{-\rho \cdot x} \cdot p(x) \cdot dx \qquad [6]$$

De esta forma las reservas varían cada año en $(t_2 - t_1) \cdot P$, es decir, la diferencia de cotización sobre el método de reparto. En un instante t cualquiera la variación sería:

$$(t_2 - t_1) \cdot P \cdot e^{-\rho \cdot t} \cdot e^{-\sigma \cdot t} \qquad [7]$$

y capitalizando con un tipo de interés δ:

$$(t_2 - t_1) \cdot P \cdot e^{-\rho \cdot t} \cdot e^{-\sigma \cdot t} \cdot e^{\delta \cdot t} \qquad [8]$$

Por tanto, considerando continuo el proceso de acumulación de reservas (Keyfitz y Gómez de León, 1980), el importe de las mismas acumuladas es:

$$V_2 = P \cdot \int_{0}^{\infty} (t_2 - t_1) \cdot e^{(\delta - \rho - \sigma) \cdot t} \cdot dt \qquad [9]$$

es decir:

$$V_2 = \frac{P}{\delta - \rho - \sigma} \cdot (t_1 - t_2) \qquad [10]$$

Considerando ahora que $t_1 \cdot P$ es la cotización anual del método de reparto o lo que es lo mismo, el importe anual de las pensiones, el valor de la reserva V_2 como múltiplo del importe anual de las pensiones es:

$$V_2^* = \frac{V_2}{t_1 P} = \frac{(1 - t_2/t_1)}{(\delta - \rho - \sigma)} \qquad [11]$$

El valor de la cotización ingresada por este método, usando como unidad de medida el importe de los sueldos anuales (P) de acuerdo con [10] es:

$$C_2^* = \frac{C_2}{P} = t_1 - (\delta - \rho - \sigma) \cdot \frac{V_2}{P} \qquad [12]$$

Es fácil ver que la cotización C_2^* es el resultado de restar a la cotización de reparto los intereses producidos por las reservas V_2 una vez detraídas las disminuciones debidas al crecimiento demográfico ρ y al crecimiento salarial σ, que actúan como intereses negativos. La cotización diferencial que resulta se denomina cotización indirecta.

En progresión ascendente en orden a la capitalización está el método de la capitalización pura en virtud del cual las pensiones futuras de una generación cualquiera se financian con las cotizaciones previamente acumuladas realizadas por la misma generación. Desde el punto de vista de la generación recién ingresada en el sistema se capitalizan tanto sus cotizaciones futuras como sus pensiones futuras. Estas últimas serán:

$$\int_{\beta}^{\omega} e^{-n \cdot \sigma} \cdot e^{-(\delta-\sigma) \cdot x} \cdot r \cdot p(x) \cdot dx \qquad [13]$$

mientras que los salarios futuros capitalizados serán:

$$\int_{\alpha}^{\beta} e^{-(\delta-\sigma) \cdot x} \cdot p(x) \cdot dx \qquad [14]$$

teniendo ambos consideración longitudinal (gráfico 3).

La tasa de cotización de este sistema viene dada por:

$$t_3 = \frac{\displaystyle\int_{\beta}^{\omega} e^{-\sigma \cdot n} \cdot e^{-(\delta-\sigma) \cdot x} \cdot r \cdot p(x) \cdot dx}{\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} e^{-(\delta-\sigma) \cdot x} \cdot p(x) \cdot dx} \qquad [15]$$

Usando las mismas consideraciones que en el método anterior con relación a las reservas, es decir, que éstas se forman por acumulación de las diferencias de cotización con relación al método de reparto, se llega mediante un simple cálculo a:

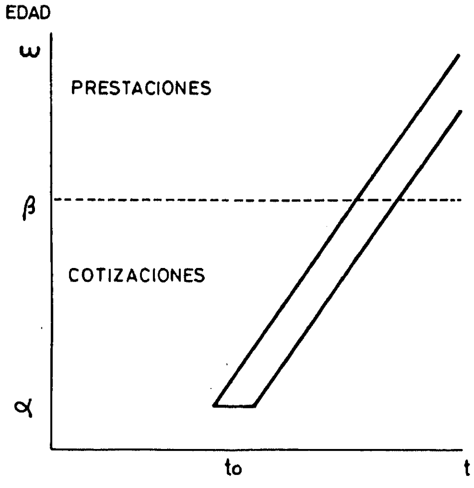

Gráfico 3.

$$V_3 = \frac{P}{\delta - \rho - \sigma} (t_1 - t_2) \qquad [16]$$

y expresándola como múltiplo del importe anual de las pensiones:

$$V_3^* = \frac{V_3}{t_1 \cdot P} = \frac{(1 - t_3/t_1)}{\delta - \rho - \sigma} \qquad [17]$$

Análogamente, el valor de la cotización como una proporción del importe anual de los sueldos viene dada por:

$$C_3^* = \frac{C_3}{P} = t_1 - (\delta - \rho - \sigma) \cdot \frac{V_3}{P} \qquad [18]$$

Finalmente, el método de capitalización a prima única, aunque en la naturaleza de su constitución es análogo al método anterior, difiere en la manera de cotizar.

En este método se capitalizan las futuras pensiones de los trabajadores recién ingresados en el sistema exactamente igual que en el método anterior y este montante es justamente la cotización a exigir pagada de una sola vez por todas las generaciones activas contemporáneas de la recién ingresada. Las pensiones tienen entonces una consideración longitudinal mientras que la cotización, por ser colectiva la capitalización y de pago único, es transversal (gráfico 4). La tasa de cotización sería:

$$t_4 = \frac{\int_{\beta}^{\infty} e^{-n \cdot \sigma} \cdot e^{-(\delta - \sigma)} \cdot r \cdot p(x) \cdot dx}{\int_{\alpha}^{\beta} e^{-\rho \cdot x} \cdot p(x) \cdot dx} \qquad [19]$$

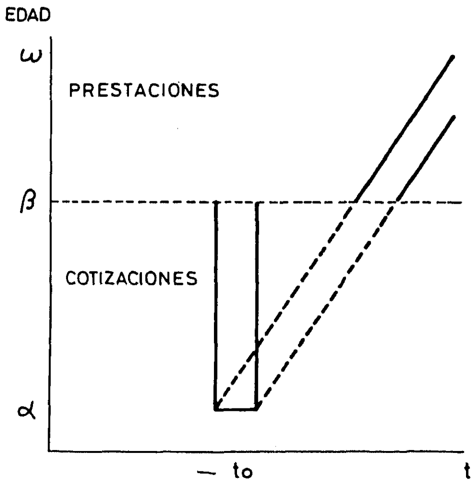

Gráfico 4.

Siguiendo el mismo razonamiento que para los métodos anteriores, el valor de las reservas y cotización viene dado por:

$$V_4^* = \frac{(1 - t_4/t_1)}{\delta - \rho - \sigma} \qquad [20]$$

$$C_4^* = t_1 - (\delta - \rho - \sigma) \cdot \frac{V_4}{P} \qquad [21]$$

De esta forma se han caracterizado los cuatro métodos fundamentales de financiación de un sistema de pensiones sin necesidad de acudir explícitamente a ecuaciones de equilibrio financiero y sin necesidad de utilizar los símbolos formales del cálculo actuarial. Los resultados aquí expuestos comprenden los derivados del teorema central de la matemática dinámica de las pensiones (Thullen, 1982).

En el cuadro 1 figura el valor de la cotización medido en porcentaje sobre los ingresos anuales, y el valor de la reserva como múltiplo del importe anual de las pensiones, considerando ambos valores para distintas evoluciones del aumento de la población y del aumento de los salarios. Se ha usado la tabla de mortalidad de la población española, 1970 (O.I.S.S.), con interés del 6 por 100 y una pensión que supone el 100 por 100 del salario.

Este cuadro permite realizar cómodamente comparaciones entre los diversos métodos de financiación. Así, por ejemplo, un sistema de pensiones de jubilación que prevea el pago de una pensión cuyo importe es el 60 por 100 del salario, con un crecimiento demográfico del 1 por 100 y una revalorización de salarios del 3 por 100, necesita las siguientes magnitudes financieras según el método adoptado:

1.° Método de reparto simple. El cuadro da para la cotización $C_1^* = 21{,}03$ por

CUADRO 1
Valores de cotización y reservas para los métodos básicos de financiación

ρ	σ	C_1^*	V_1^*	C_2^*	V_2^*	C_3^*	V_3^*	C_4^*	V_4^*
1	1	21,03	0,00	15,08	7,07	5,05	19,00	2,63	21,98
1	2	21,03	0,00	16,28	7,53	7,28	21,79	4,36	26,42
1	3	21,03	0,00	17,64	8,05	10,44	25,17	7,30	32,64
1	4	21,03	0,00	19,21	8,64	14,87	29,27	12,33	41,36
2	1	14,87	0,00	11,68	7,16	5,05	22,02	3,17	26,23
2	2	14,87	0,00	12,60	7,64	7,28	25,52	5,26	32,32
2	3	14,87	0,00	13,66	8,17	10,44	29,79	8,80	40,80
2	4	14,87	0,00	14,87	8,58	14,87	35,34	14,87	53,59
3	1	10,44	0,00	8,93	7,24	5,05	25,82	3,76	32,00
3	2	10,44	0,00	9,63	7,73	7,28	30,26	6,24	40,27
3	3	10,44	0,00	10,44	8,28	10,44	35,80	10,44	52,57
3	4	10,44	0,00	11,37	8,90	14,87	42,44	17,64	68,92

100 de los ingresos (para una pensión del 60 por 100 sería 0,6 × 21,03 = 12,62 por 100 de los ingresos totales anuales).

2.° Método de capitales de cobertura. La cotización es $C_2^* = 0{,}6 \times 17{,}64 = 10{,}58$ por 100 de los ingresos anuales, y las reservas $V_2^* = 0{,}6 \times 8{,}05 = 4{,}83$ veces el importe anual de las pensiones.

3.° Método de capitalización. La cotización es $C_3^* = 0{,}6 \times 10{,}44 = 6{,}26$ por 100, y las reservas $V_3^* = 0{,}6 \times 25{,}17 = 15{,}10$.

4.° Método de capitalización a prima única. La cotización es $C_4^* = 0{,}6 \times 7{,}30 = 4{,}38$ por 100, y las reservas $V_4^* = 0{,}6 \times 32{,}64 = 19{,}58$.

Se puede observar, tanto en este ejemplo como en todos aquellos casos en que $\sigma < i$ (=6 por 100), que a medida de que se aumenta el grado de capitalización se atenúa la cotización. Es digno de observar también que a medida que aumenta la tasa de crecimiento demográfico, disminuye la tasa de cotización del método de reparto simple, lo que aplicado a los países desarrollados significa que a medida que disminuye el crecimiento demográfico el método de reparto simple resulta más gravoso. El método de reparto de capitales de cobertura sigue un comportamiento análogo, pero más atenuado, mientras que los otros dos métodos no siguen ese comportamiento.

3. Combinación de métodos

Hablar de un sistema de pensiones con diversos niveles, es tanto como hablar de un sistema de pensiones en el cual se usan simultáneamente diversos métodos de financiación. Normalmente la pensión básica se financia por el método de reparto de capitales de cobertura o por capitalización y finalmente la pensión de carácter libre se financia mediante capitalización.

Para concretar se puede suponer que un sistema de pensiones de una población con un crecimiento demográfico del 2 por 100 y un aumento salarial del 3 por 100 y una atribución del 60 por 100 del salario a la pensión de jubilación, se financia en un 70 por 100 por el método de reparto simple y un 30 por 100 para capitalización. El valor de la cotización será:

$$\begin{aligned} C_1^* &= 0{,}7 \times 0{,}6 \times 14{,}87 = 6{,}24 \\ C_2^* &= 0{,}3 \times 0{,}6 \times 10{,}44 = \underline{1{,}88} \\ &\phantom{= 0{,}3 \times 0{,}6 \times 10{,}44 =\ } 8{,}12 \text{ por 100 salarios anuales} \end{aligned}$$

y el valor de las reservas será:

$$V_2^* = 0{,}3 \times 0{,}6 \times 29{,}79 = 5{,}36 \text{ veces las pensiones en curso.}$$

De una manera general, llamando α_i, $i = 1, 2, 3, 4$, a la fracción en que cada método de financiación contribuye al soporte del sistema de pensiones, la cotización medida como un porcentaje de los salarios anuales viene dada por:

$$\sum_{i=1}^{4} \alpha_i C_i^* \qquad [22]$$

y el valor de la reserva como múltiplo de las pensiones en curso de pago es:

$$\sum_{i=2}^{4} \alpha_i V_i^* \qquad [23]$$

siendo en ambos casos $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 1$.

Así pues, considerando los cuatro métodos básicos de financiación se puede obtener un conjunto triplemente infinito de métodos de financiación.

4. Optimización

La constitución de un sistema de pensiones basado en tres niveles o pilares conduce a una situación en donde es preciso decidirse por la combinación más adecuada entre las infinitas posibles. Las condiciones demográficas, económicas y sociológicas influirá de manera decisiva en la decisión final.

Por lo que se refiere a la cotización, es claro que el porcentaje de cotización sobre el total de salarios difícilmente podrá superar un determinado tipo, puesto que tanto empresarios como trabajadores no estarán dispuestos a cotizar más allá de ese tope, que a manera de conjetura se puede fijar en 35 por 100 para todas las contingencias de la Seguridad Social.

Llamando T a dicho tope, la restricción anterior se puede expresar algebraicamente así:

$$\sum_{i=1}^{4} \alpha_i C_i^* < T \qquad [24]$$

En cuanto a las reservas, conviene tener presente algunos hechos, puesto de relieve por la macroeconomía, por ejemplo, el capital nacional no puede crecer más allá de un cierto límite. En los países más industrializados el capital nacional está situado entre cuatro y seis veces el ingreso nacional bruto (Heubeck y Heubeck, 1980).

Sin considerar límites al capital nacional, queda otro problema importante para resolver y es precisamente estimar en cuánto puede remunerar una economía nacional al capital y, por tanto, a un sistema de pensiones capitalizado. Como ejemplo de estas dificultades se ha estimado que en Francia la remuneración del capital es del 20 por 100 de la remuneración del trabajo, lo que hace imposible una capitalización total de pensiones que exigiría para su financiación una remuneración del capital que fuese el 40 por 100 de la remuneración del trabajo (Bourgeois-Pichat y Chapion, 1979).

Se puede considerar todo lo anterior con una pequeña ilustración numérica.

Consideramos una población cuyas características demográficas y económicas son las mismas del anterior ejemplo, es decir, $\rho = 2$ por 100, $\sigma = 3$ por 100 y la pensión de jubilación del 60 por 100 del salario, supongamos que el tope para la cotización por pensiones de jubilación es el 8,5 por 100 de los salarios anuales y el tope para las reservas 14 veces el importe de las pensiones en curso de pago. La cotización por el método de reparto es:

$$C_1^* = 8{,}92 > 8{,}5$$

luego sería inaceptable.

Por el método de capitalización se tendrían problemas por parte de las reservas, puesto que:

$$V_3^* = 17{,}7 > 14$$

Sin embargo, combinando ambos métodos al 70 por 100 y 30 por 100, respectivamente, se obtendrá de acuerdo con los cálculos anteriores:

$$\begin{array}{ll} \text{Cotización} & 8{,}12 < 8{,}5 \\ \text{Reservas} & 5{,}36 < 14 \end{array}$$

ambos valores son, como se ve, aceptables para los topes propuestos. Naturalmente que esta solución no es única, podemos encontrar infinitas soluciones que satisfagan las condiciones impuestas. De aquí surge el problema de investigar cuál es la solución óptima entre las múltiples posibles, que se puede formular fácilmente como un problema de programación lineal.

Llamando R al tope que puede alcanzar la reserva como múltiplo del importe de las pensiones en curso de pago, la condición de limitación se puede escribir de manera general así:

$$\sum_{i=2}^{4} \alpha_i V_i^* < R \qquad [25]$$

Es fácil comprender que según las opciones políticas que predominen en la sociedad se dará mayor o menor preferencia a un nivel de pensión sobre otro, que en general será método de reparto frente a métodos de capitalización. Se puede desear que el conjunto de los métodos de capitalización sea menor que la mitad del régimen de reparto, es decir:

$$\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 < 1/2 \cdot \alpha_1$$

Este tipo de condiciones se puede expresar de manera general así:

$$\sum_{i=1}^{4} r_{ij}\,\alpha_i > 0, \quad j = 1, \ldots, m \qquad [26]$$

De esta forma, considerando las relaciones [24], [25] y [26], junto con $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 1$ se tienen las condiciones clásicas de un problema de programación lineal:

$$A \cdot \bar{\alpha} < B \quad \text{con} \quad \bar{\alpha} > 0 \tag{27}$$

en donde:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ C_1^* & C_2^* & C_3^* & C_4^* \\ 0 & V_2^* & V_3^* & V_4^* \\ r_{11} & \cdots & \cdots & r_{41} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{1,m} & \cdots & \cdots & r_{4,m} \end{bmatrix} ; \quad \bar{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ T \\ R \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{28}$$

Con estas restricciones las funciones objetivo a optimizar pueden ser distintas según la cuestión que se desee resolver. Así, por ejemplo, se puede estar interesado en calcular cuál es la máxima capitalización posible y cuál es la distribución entre los diversos métodos de capitalización, es decir, maximizar:

$$\alpha_2 C_2 + \alpha_3 C_3 + \alpha_4 C_4$$

O tal vez calcular cuál es el máximo valor que puede alcanzar el método de capitales de cobertura dentro de las condiciones impuestas, es decir, maximizar la función:

$$\alpha_2 C_2$$

Para ilustrar numéricamente el procedimiento se tomará el caso anterior en el cual los topes para una pensión del 60 por 100 eran 8,5 para la cotización y 14 para las reservas, es decir:

$$\begin{gathered} 0{,}6(14{,}87\alpha_1 + 13{,}66\alpha_2 + 10{,}44\alpha_3 + 8{,}80\alpha_4) < 8{,}5 \\ 0{,}6(8{,}17\alpha_2 + 29{,}79\alpha_3 + 40{,}80\alpha_4) < 14 \end{gathered} \tag{29}$$

Se puede suponer adicionalmente que la cotización por el método de reparto será mayor o igual que para el conjunto de los restantes métodos básicos:

$$\alpha_1 > \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \tag{30}$$

Estando limitada por la siguiente condición:

$$\alpha_1 < \alpha_2 + 2\alpha_3 + \alpha_4 \tag{31}$$

Se puede suponer además que la importancia del método de reparto de capitales de cobertura y capitalización a prima única es como mucho la mitad del método de capitalización normal, es decir:

$$\alpha_2 + \alpha_4 < 1/2 \cdot \alpha_3 \tag{32}$$

Por último, hay que tener en cuenta:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 1 \tag{33}$$

Las condiciones [29] a [33] permiten expresar [28] como:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8{,}92 & 8{,}19 & 6{,}26 & 5{,}28 \\ 0 & 4{,}9 & 17{,}87 & 24{,}84 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -0{,}5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{vmatrix} < \begin{bmatrix} 1 \\ 8{,}5 \\ 14 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{34}$$

Si el objetivo es maximizar el método de reparto (α_1) con las restricciones [34] (objetivo atribuible a un «Estado benefactor»), el método de simplex proporciona $\alpha_1 = 66{,}66$ por 100, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 33{,}33$ y $\alpha_4 = 0$.

Si el objetivo fuese extender al máximo el método de capitalización (α_3), como buscarían las «emprendedoras» organizaciones empresariales, el resultado sería: $\alpha_3 = 50$ por 100.

Un objetivo deseable para las compañías aseguradoras sería, por ejemplo, el de maximizar la cotización por los medios de capitales de cobertura (α_2) y capitalización a prima única (α_4), es decir:

$$\text{maximizar } 13{,}66 \cdot \alpha_2 + 8{,}80 \cdot \alpha_4$$

su resultado es 2,27 con $\alpha_1 = 50$ por 100, $\alpha_2 = 16{,}66$ por 100, $\alpha_3 = 33{,}33$ por 100 y $\alpha_4 = 0$.

Si, finalmente, el objetivo fuese maximizar el importe de las reservas de los dos métodos anteriores, es decir:

$$\text{maximizar } 8{,}17 \cdot \alpha_2 + 40{,}84 \cdot \alpha_4$$

su resultado sería 6,8 con $\alpha_1 = 50$ por 100, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 33{,}33$ por 100 y $\alpha_4 = 16{,}66$ por 100.

Queda, por tanto, suficientemente aclarado con el ejemplo que según el objetivo que se persigue es distinta la proporción en que se deben combinar los métodos básicos. En los casos estudiados ha sido posible encontrar una solución óptima, aunque no necesariamente se podrá optimizar la función objetivo.

5. Conclusiones

La decisión de elegir una combinación de métodos básicos de financiación para un sistema de pensiones, que corresponde a los niveles o pilares, debe fundarse en unas condiciones de partida conocidas con la máxima precisión posible.

Debe conocerse el límite que puede alcanzar el capital de una economía nacional, antes de intentar experimentos tales como una capitalización total de pensiones.

Los intereses o remuneración del capital deben considerarse como una cotización indirecta e investigar si la economía nacional permite remunerar el capital en la forma debida para una capitalización total de las pensiones, lo cual no siempre ocurre.

Además de esta consideración de la cotización indirecta, es equivalente a considerar que la financiación de las pensiones corre a cargo del resto de la colectividad nacional, lo que puede dar lugar a injusticias distributivas, que no serán aceptables de buen grado.

Por lo que se refiere a la cotización, hay que contar como punto de partida que no puede superar un determinado porcentaje de los salarios totales.

En el caso más posible que se intente un método mixto de financiación entre reparto y capitalizaciones diversas, la programación lineal puede ayudar a elegir una combinación óptima de métodos de financiación del sistema de pensiones.

Referencias

Bourgeois-Pichat, Jean, y Jean Chapion (1979): «Repartition du révenue national entre capital et travail», *Population*, núm. 1.

Casahuga, Antoni (1982): «El sistema de pensiones públicas», *Papeles de Economía Española*, núms. 12/13.

Heubeck, Klaus, y Georg Heubeck (1980): «Zur Optimalen Kombination Staatlicher und Betrieblicher Versorsgungssystem», Congreso Internacional de Actuarios, Zurich.

Keyfitz, Nathan, y José Gómez de León (1980): «Demografie et Sistèmes de Retraite», *Population*, núm. 5.

Leguina, Joaquín (1974): *Fundamentos de demografía*, Editorial Siglo XXI, Madrid.

Oller, J. L., y Federico Segura (1982): «Una visión liberal de las pensiones», *Papeles de Economía Española*, núms. 12/13.

Thullen, Peter (1982): *El financiamiento de regímenes obligatorios de pensiones bajo condiciones dinámicas y las nuevas matemáticas actuariales*, Seguridad Social, México.

Abstract

This paper describes four basic financial methods of a Social Security Pensions System in a demographically stable scenario. Then goes to consider macroeconomic limits for systems based exclusively in one of the basic financial methods. Best should be to use a combination of methods and the relevant question is: which of the many possible combinations is more adecuate? This problem may be tackled in a natural fashion as a linear programing one and that often allows the above question to have a satisfactory answer.

Recepción del original, junio de 1985.
Versión final, agosto de 1985.