Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XI, n.º 1 (1987) págs. 191-198

UNA GENERALIZACION DEL TEOREMA DE FROBENIUS BAJO HIPOTESIS DEBILES

José Angel SILVA REUS*

Universidad de Alicante

En este trabajo se realiza una extensión del Teorema de Perron Frobenius bajo hipótesis débiles (para un operador continuo, q de R^n_+ en sí mismo, que sólo se anula en el origen). Por otra parte, cuando q es subhomogéneo e indescomponible, se ofrece una prueba alternativa del resultado de Fujimoto (1980) que asegura la unicidad tanto de la raíz de Frobenius para q, como del vector propio asociado.

1. Introducción

El Teorema de Frobenius para matrices no-negativas es uno de los instrumentos esenciales en el análisis de existencia, unicidad, positividad y estabilidad de las soluciones de modelos económicos lineales multisectoriales.

Desde las pruebas iniciales de este resultado, debidas a Perron (1907) y Frobenius (1909, 1912), han aparecido un amplio grupo de demostraciones alternativas. Wielandt (1950) presenta una prueba sencilla, en la que utiliza el Teorema de Punto fijo de Brouwer, demostración que se ha popularizado entre los economistas, gracias a la difusión del trabajo de Debreu & Herstein (1953); posteriormente Karlin (1959) y Nikaido (1969) presentaron demostraciones elementales, sin utilizar teoremas de punto fijo. En el libro de Arrow & Hahn (1972) aparece una prueba similar a la de Karlin; mientras que la demostración de Murata (1972) es muy similar a la obtenida inicialmente por Frobenius.

Además de los métodos alternativos de prueba existen diversas extensiones del Teorema de Perron-Frobenius. Solow & Samuelson (1953) y Morishima (1964) obtienen resultados análogos para funciones de R^n en sí mismo, no-negativas, continuas y homogéneas, utilizando una prueba similar a la de Wielandt. Posteriormente Morishima & Fujimoto (1974) extienden el resultado a funciones diferenciables, usando el teorema de Kuhn-Tucker, realizando además una demostración alternativa del Teorema de Morishima (1964), utilizando un método geométrico. Fujimoto (1979), siguiendo dicho método, extiende el Teorema de Perron-Frobenius a operadores de R^n en sí mismo, no-negativos,

* Este trabajo ha sido financiado en parte por la CAICYT bajo el proyecto 3.566/83. El autor agradece los comentarios realizados a este trabajo por C. Herrero y las sugerencias dadas por un evaluador anónimo.

continuos, subhomogéneos e indescomponibles y posteriormente prueba la unicidad tanto del autovalor como del autovector asociado (Fujimoto (1980)).

Una vía diferente de extensión del Teorema de Perron-Frobenius se encuentra en el trabajo de Mangasarian (1971), que estudia el problema del valor propio generalizado, $rBx = Ax$, siendo A y B matrices reales de orden mxn.

En este trabajo presentamos una generalización del resultado de Perron-Frobenius, bajo hipótesis débiles (cuando q es un operador de R^n_+ en sí mismo, continuo, no-negativo tal que $q(x) \neq 0$ si $x \neq 0$). El resultado es más general que el obtenido por Morishima (1964) y Fujimoto (1979). Por otra parte, cuando q es además subhomogéneo e indescomponible, presentamos una prueba alternativa del resultado de unicidad de Fujimoto (1980).

En la sección 2, se presenta la extensión del Teorema de Perron-Frobenius, la sección 3 ofrece la prueba alternativa del resultado de unicidad de Fujimoto. Algunas observaciones finales, en la sección 4, cierran el trabajo.

La notación utilizada a lo largo del trabajo es standar. Señalemos, no obstante, que en la comparación de vectores: $x \geqq y$ significa $x_i \geqslant y_i \ \forall \ i = 1, \ldots, n$,; $x \geqslant y$ significa $x \geqq y \ \wedge x \neq y$, $x > y$ implica $x_i > y_i \ \forall \ i = 1, \ldots, n$.

2. Generalización del Teorema de Frobenius

Sea $K = \left\{x \in R^n / x \geqslant 0 \ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1\right\}$. Entonces se verifica el siguiente resultado:

Teorema 1. Sea q: $R^n \rightarrow R^n$, tal que:

a) q es continuo.

b) $q(x) \geqslant 0$ si $x \geqslant 0$; $q(0) = 0$.

Entonces:

i) Existe $r^* > 0$, $x^* \in K$, tal que $q(x^*) = r^*x^*$.

ii) Si $r > r^*$ no existe ningún $x \in K$ tal que $q(x) = rx$.

Demostración

i) Sea p: $K \rightarrow K$ definida de la siguiente forma:

$$p(x) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} q_i(x)} q(x) \qquad [1]$$

por la hipótesis *b*), $\sum_{i=1}^{n} q_i(x) > 0$ para cualquier $x \in K$, y por tanto p está bien definida sobre el compacto convexo K, y resulta ser una función continua de K en sí mismo. Aplicando a la función p el teorema del Punto Fijo de Brouwer, concluimos que existe $\tilde{x} \in K$ tal que $p(\tilde{x}) = \tilde{x}$.

Sea $r = \sum_{i=1}^{n} q_i(\tilde{x}) > 0$. De [1] obtenemos $q(\tilde{x}) = r\tilde{x}$ [2]

ii) Consideramos $\Lambda = \{r > 0 / \exists\, x \in K$ verificando $q(x) = rx\}$. Por [2], Λ es un conjunto no vacío, $\Lambda \subset R$. Veamos que Λ está acotado superiormente. En efecto, por ser q continuo en el compacto K $\|q(x)\|$ posee un máximo M en K. Por otra parte, para cada $r \in \Lambda$, existe $x \in K$ tal que $q(x) = rx$, de donde:

$$\|q(x)\| = |r|\,\|x\| \leqslant M$$

es decir,

$$|r| \leqslant \frac{M}{\|x\|} \quad \text{para todo } r \in \Lambda.$$

Y por tanto Λ está acotado superiormente.

Sea $r^* = \sup \Lambda$, y consideramos la función $F(r, x) = rx - q(x)$. Por la continuidad de F, y por la compacidad de K, podemos asegurar que existe un $x^* \in K$ tal que $q(x^*) = r^*x^*$. Entonces $r^* \in \Lambda$, y, obviamente se verifica.

C.Q.D.

Nota: El Teorema 1 garantiza la existencia de $r^* > 0$[1], $x^* \in K$ tales que $q(x^*) = r^*x^*$, siendo r^* el mayor escalar positivo verificando la condición anterior. El escalar r^* obtenido en el Teorema extiende las dos propiedades siguientes que caracterizan a la raíz de Frobenius de una matriz no-negativa, A:

i) Existe $r^* > 0$ y $x^* \in K / Ax^* = r^*x^*$.
ii) Si r es un valor propio de la matriz A, $r \neq r$, entonces $r^* \geqslant |r|$.

Cuando el operador q es indescomponible[2], podemos asegurar la estricta semi-positividad del vector x^*, como se comprueba en el siguiente lema.

Lema. Sea $q\colon R^n \to R^n$ una función continua e indescomponible, tal que $q(x) \geqslant 0$ si $x \geqslant 0$, $q(0)T = 0$. Si $rx - q(x) \geqq 0$ para algún $r > 0$ $x \geqslant 0$, entonces $x > 0$.

Demostración. Razonando por reducción al absurdo suponemos $x \geqslant 0$ $x \not> 0$.

Sea $P = \{i / x_i = 0\}$. Es fácil comprobar que, si $i \in P$, entonces $q_i(x) = 0$ (ya que $q(x) \geqslant 0$, y si $q_i(x) > 0$ no se verificaría que $rx - q(x) \geqslant 0$).

Consideramos $T = \{i / x_i > 0\}$ y construimos un vector y de la siguiente forma: $y_i = x_i = 0$ si $i \in P$; $0 < y_i < x_i$ si $i \in T$. Para cualquier $i \in P$ tendremos por la indescomponibilidad de q que $0 \leqslant q_i(y) \leqslant q_i(x) = 0$, dándose la desigualdad estricta para al menos un i. Para tal i se obtiene una contradicción.

C.Q.D.

El lema anterior prueba que en el Teorema 1, $x^* > 0$, cuando q es indescomponible. Por otra parte, en el mismo caso $x > 0$ para cualquier $x \in K$ tal que $q(x) = rx$ para algún $r > 0$.

[1] Por *b)* $q(x) \neq 0$ para todo $x \in K$, y por tanto, $r^* \neq 0$.
[2] Un operador q es *indescomponible* si para todo subconjunto propio $S \subset N = \{1, ..., n\}$, $S \neq N$ y para todo $x, y \in R^n / x_i = y_i$, $i \in S$, $x_i > y_i$ si $i \notin S$, entonces $q_i(x) \geqslant q_i(y)$ para todo $i \in S$, verificándose alguna desigualdad estrictamente.

3. Una prueba alternativa al Teorema de Fujimoto (1979-1980)

En el artículo de Fujimoto (1979-1980) se presenta una extensión del Teorema de Perron-Frobenius, para funciones continuas, indescomponibles y subhomogéneas, utilizando una familia paramétrica de funciones, $F(x, \lambda)$ de R^n en sí mismo, $\lambda \in R$. En esta sección realizamos una prueba alternativa de la generalización realizada por Fujimoto, para el caso particular en que la función $F(x, \lambda)$ adopte la expresión, $\lambda x - q(x)$, siendo q un operador de R^n_+ en sí mismo. En el Teorema 2 presentamos el resultado obtenido por Fujimoto en 1979, en términos del operador q.

Teorema 2. (Fujimoto (1979)). Sea q: $R^n \rightarrow R^n$ tal que:

a) q es continuo.
b) $q(x) \geqslant 0$ si $x \geqslant 0$; $q(0) = 0$.
c) q es subhomogéneo[3].

Entonces:

i) Existe $\tilde{r} > 0$, $\tilde{x} \in K$ tal que $q(\tilde{x}) = \tilde{r}\tilde{x}$.
ii) Si $0 \leqslant r < \tilde{r}$ no existe $x \in K$ tal que $q(x) = rx$, si además q es indescomponible, $\tilde{x} > 0$.

Nota: El «valor propio» $\tilde{r}$ obtenido por Fujimoto verificando i) y ii) del Teorema 2 y el escalar r^* que se obtiene en el Teorema 1, no coinciden en general. Esto es, ambos $\tilde{r}$ y r^* pueden ser diferentes y existir simultáneamente. Es interesante señalar que en la prueba del Teorema 2, Fujimoto utiliza el mínimo del conjunto Λ, mientras que en el Teorema 1, r^* resulta ser el máximo del conjunto Λ. Como consecuencia de ello se plantean dos cuestiones obvias: ¿Cuando puede asegurarse que Λ es un singleton?, ¿es único el vector $x \in K$ asociado a cada valor de r en Λ? Fujimoto (1980) estableció que la respuesta a ambas cuestiones es afirmativa, en el caso de que q sea un operador subhomogéneo e indescomponible. A continuación ofrecemos una prueba alternativa de este resultado.

Teorema 3. (Fujimoto (1980)). Sea q: $R^n \rightarrow R^n$ verificando:

a) q es continuo.
b) $q(x) \geqslant 0$ si $x \geqslant 0$; $q(0) = 0$.
c) q es subhomogéneo.
d) q es indescomponible.

Entonces:

i) Existe $r^* > 0$, $x^* \in K$, $x^* > 0$ tal que $q(x^*) = r^*x^*$.
ii) Existe un único x^* asociado a r^*.
iii) Si $r \neq r^*$, $r > 0$ no existe $x \in K$ tal que $q(x) = rx$.

Demostración. (Alternativa.)

i) Se deduce inmediatamente del Teorema 1.

[3] Un operador q: $R^n \rightarrow R^n$, es subhomogéneo si $q(kx) \leqq kx \; \forall \; k > 1$, $x \geqslant 0$.

ii) Si $r^* \in R_+$, r^* fijo, demostraremos que existe un único x^* tal que $q(x^*) = r^*x^*$.

Sea

$$\Sigma = \{x \in K, x > 0 / q(x) = r^*x\}$$

Por el Teorema 2, es un conjunto no vacío. Consideramos la siguiente familia de funciones:

$$T^k: \ R^n_+ \rightarrow R^n_+ / T^k(x) = kx, \quad k \geqslant 1, \quad k \in R$$

$$S^v: \ R^n_+ \rightarrow R^n_+ / S^v(x) = x + v, \quad v \in f(R^n_+) - \{0\}$$

Las funciones $\{T^k\}$ $k \in R$, $k \geqslant 1$ y $\{S^v\}$ $v \in f(R^n_+) - \{0\}$ verifican los axiomas de Fujimoto y Herreno (1985)[4].

Sea la proposición $Q(x) =$ «$r^*x - q(x) \geqq 0$». Para esta proposición, la Premisa Mayor se verifica, esto es,

$$\text{Si } x \in \Sigma \text{ entonces } \begin{cases} a) & Q(T^k(x)) \text{ es cierto para todo } k \geqslant 1. \\ b) & Q(S^v(x)) \text{ es falso para todo } v \in f(R^n_+) - \{0\} \end{cases}$$

En efecto:

a) Si $x \in \Sigma$, entonces $r^*x - q(x) = 0$. Así, para todo $k \geqslant 1$, tendremos $r^*kx - kq(x) = 0$, por *c*) $q(kx) \leqq kq(x)$, con lo cual, $r^*kx - q(kx) \geqq 0$. Así, $Q(T^kx)$ es cierto para todo $k > 1$.

b) Si $x \in \Sigma$, entonces $r^*x - q(x) = 0$. Sea $v \geqslant 0$, $v \neq 0$, $v \not> 0$ e $y = x + v$. Sea $P = \{i / x_i = y_i\} \neq \emptyset$. Como q es indescomponible, para algún $i \in P$, tendremos $q_i(x) < q_i(y)$, así $r^*y_i - q_i(y) < 0$, y $Q(S^vx)$ es falso para todo $v \in f(R^n_+) - \{0\}$.

Si aplicamos el resultado de unicidad en Fujimoto y Herrero (1985), concluimos que Σ es un singleton, es decir, x^* es único.

[4] Teorema 4. (Fujimoto & Herrero (1985)). Sea X un conjunto arbitrario y $K \subset X$, $K \neq X$. Sean P y Q dos proposiciones sobre $x \in X$, y Σ el conjunto:

$$\Sigma = \{x \in X / P(x) \text{ es cierto}\}$$

Por otra parte supongamos, que tenemos dos conjuntos de transformaciones: S^v, T^k: $X \rightarrow X$, siendo v, k parámetros, $v \in \Gamma$, $k \in \Omega$. Verificando las siguientes hipótesis.

H.1. Si $x \in X$, $x \notin K$, entonces existe $v \in \Gamma$, $k \in \Omega$, tales que $S^v(x) = T^k(x)$.

H.2. Si $x, y \in K$, $x \neq y$, entonces existen $v \in \Gamma$, $k \in \Omega$, tales que $S^v(x) = T^k(y)$, (o $S^v(y) = T^k(x)$).

Si se verifica la Premisa Mayor:

Premisa Mayor. Si $x \in \Sigma$, entonces $Q(T^k(x))$ es cierto para todo $k \in \Omega$ y $Q(S^v(x))$ es falso para todo $v \in \Gamma$.

Entonces si Σ no es vacío, Σ es un singleton.

iii) Es equivalente a comprobar que $\tilde{r}$ en el Teorema de Fujimoto y r^* en el Teorema 1 son el mismo.

Supongamos que existe $r > \tilde{r}$ y $x \in K$, tales que $q(x) = rx$, como q es indescomponible, por el lema, $x > 0$.

Sea ahora $\tilde{x} > 0$, $\tilde{x} \in K$, tal que $q(\tilde{x}) = \tilde{r}\tilde{x}$; $\tilde{x} > 0$ y $x \neq \tilde{x}$, ya que por ii) $\tilde{x}$ es único. De esta forma existirá $i / \tilde{x}_i < x_i$. Llamamos

$$\mu = \max_{i=1,\ldots,n} \left\{\frac{x_i}{\tilde{x}_i}\right\} \geqslant 1 \quad \text{y} \quad Q = \left\{i / \mu = \frac{x_i}{\tilde{x}_i}\right\}$$

Se verifica que: $\mu\tilde{x}_i = x_i$ si $i \in Q$, $\mu\, \tilde{x}_i > x_i$ si $i \notin Q$. Con lo cual, $\mu\tilde{x} \geqslant x$, y por la indescomponibilidad de q, para algún $i \in Q$, $q_i(\mu\tilde{x}) > q_i(x)$.

Por otra parte, por ser q subhomogéneo, $\mu q_i(\tilde{x}) \geqslant q_i(\mu\tilde{x}) > q_i(x)$, es decir, $\mu\tilde{r}\tilde{x}_i > rx_i$. Pero $i \in Q$, y entonces $\mu\tilde{x}_i = x_i$, de donde, $\tilde{r} > r$ en contra de la hipótesis, lo cual es una contradicción. *C.Q.D.*

4. Observaciones finales

En las distintas extensiones del Modelo Lineal de Leontief (1940), la economía queda descrita por un operador $q\colon R^n_+ \to R^n_+$, que representa la función de requerimientos de inputs intermedios. De esta forma el sistema de cantidades viene expresado como:

$$x = d + q(x) \tag{3}$$

representando x, $d \in R^n_+$ el vector de niveles de actividad de los sectores de la economía y el vector de demandas finales respectivamente.

Los supuestos realizados sobre el operador semipositivo q, son compatibles con distintos tipos de rendimientos en la economía a modelizar; de esta forma si q es un operador subhomogéneo, como ocurre en los modelos de Lahiri (1976) y Lahiri & Pyatt (1980), la economía admite rendimientos crecientes, si los supuestos básicos sobre q, son de diferenciabilidad y acotación superior de los requerimientos marginales de inputs, como sucede en el modelo de Sandberg (1973), la economía puede admitir rendimientos variables, crecientes o decrecientes.

Cuando a las funciones de requerimientos de inputs intermedios, q, que describen los modelos de Sandberg y Lahiri, se les imponen la condición $q(x) \geqslant 0$ si $x \geqslant 0$ (es decir, los requerimientos de inputs intermedios son distintos de cero cuando existe alguna actividad en la economía) la condición «$r^* < 1$»[5], resulta necesaria para garantizar la resolubilidad fuerte[6] de los sistemas de cantidades

[5] Siendo r^* el obtenido en el Teorema 1.
[6] Un sistema en la forma [3] se dice que es fuertemente resoluble si $\forall\, d \in R^n_+\ \exists\, x \in R^n_+$ tal que $x = d + q(x)$.

asociados a cada modelo, si además q es indescomponible la acotación por la unidad de la «raíz de Frobenius generalizada» resulta ser suficiente para la resolubilidad fuerte del sistema [3] en los casos mencionados[7]. Así pues, la «productividad» del operador q resulta necesaria para la resolubilidad fuerte de los sistemas en Sandberg y Lahiri, siendo equivalente si además todas las mercancías son básicas.

Otra cuestión a señalar, es que la extensión del Teorema de Perron-Frobenius, realizada en el Teorema 1, ha sido obtenida a partir de las hipótesis comunes a las distintas generalizaciones, del mismo teorema, citadas en la introducción de este trabajo. Ello permite aplicar el resultado a casos distintos, tales como los modelos de Sandberg y Lahiri, como se ha indicado en el párrafo anterior. Por contra, el hecho de utilizar un número mínimo de hipótesis en la obtención del resultado, hace que se pierda la unicidad y estricta semipositividad del vector x^* asociado al r^* obtenido, que es garantizado en la mayoría de las extensiones citadas. En este sentido señalamos, que la estricta positividad de x^* se obtiene en el lema, cuando se incluye el supuesto de indescomponibilidad de q. Para lograr la unicidad de x^*, es necesario incluir junto con la indescomponibilidad el supuesto de homogeneidad de q (confróntese Morishima (1964)) o bien de subhomogeneidad (Fujimoto (1979-1978)).

Referencias

Arrow, K. J. & Hahn, F. (1971): *General Competitive Analysis*, Holden-Day, San Francisco.

Debreu, G. & Herstein, I. N. (1953): «Nonnegative Square Matrices», *Econometrica, 21.*

Herrero, C. & Silva, J. A. (1985): «Equivalence between Solvability and Strictly Semimonotonicity for some Systems Involving Z-Functions», *A Discusión, Working Paper, núm. 9*, Alicante.

Frobenius, G. (1909): «Uber Matrizen aus Positiven Elementen», *Sitz. Peus. Akad. Wiss*, págs. 514-518.

Frobenius, G. (1912): «Uber Matrizen aus Nich Negativen Elementen», *Akad. Wiss. Math-Nat.Kl*, págs. 456-477.

Fujimoto, T. (1979): «Nonlinear Generalization of the Frobenius Theorem», *Journal of Mathematical Economics, 6*, págs. 17-21.

Fujimoto, T. (1980): «Addendum to Nonlinear Generalization of the Frobenius Theorem», *J. Math. Ec., 7*, págs. 213-214.

Fujimoto, T & Herrero, C. (1985): «The Positiveness and the Uniqueness of a Solution», *Economics Letters, 117*, págs. 137-139.

Karlin, S. (1959): *Mathematical Metods and Theory in Games, Programing and Economics*, Pergamon Press, Nueva York.

Murata, Y. (1972): «An Alternative Proof. of the Frobenius Theorem», *Journal of Economic Theory, 5*, págs. 285-291.

Mangasarian, O. L. (1971): «Perron-Frobenius Properties of $Ax - \lambda Bx$», *J. of Math. Analysis and Appl., 36*, págs. 86-102.

Morishima, A. (1964): *Equilibrium, Stability and Growth*, Clarendon Press, Oxford.

Morishima, A. & Fujimoto, T. (1974): «The Frobenius theorem, its Solow-Samuelson Extension and the Kuhn-Tucker Theorem», *Journal of Mathematical Economics*, págs. 199-205.

[7] Véase Silva (1985).

Nikaido (1968): *Convex Structures and Economic Theory*, Academic Press, Nueva York.
Perron, O. (1907): «Zur Theorie der Matrizen», *Mathem. Annalen, 64*, págs. 248-263.
Silva, J. A. (1985): «Existencia de Soluciones Semipositivas para Sistemas Lineales y No Lineales vinculados a Modelos de Leontief», Tesis Doctoral, Alicante.
Solow, R. N. & Samuelson, P. A. (1953): «Balanced Growth under Constant Returns to Scale», *Econometrica, 21*.
Wielandt, H. (1950): «Unzerlegbare Nicht Negative Matrizen», *Math. A., 52*, págs. 642-648.

Abstract

This paper deals with an extensión of the Perron-Frobenius theorem under weak hypothesis for a nonnegative, continuous map, q, such that $q(x) \neq 0$ if $x \geqslant 0$. Moreover, when q is subhomogeneous and indecomposable, an alternative proof to Fujimoto's (1980) on the uniqueness for both eigenvalue and the eigenvector is provided.

Recepción del original, marzo de 1986.
Versión final, octubre de 1986.

INFORME DEL DIRECTOR

La revista INVESTIGACIONES ECONOMICAS inició su Segunda Epoca con el Vol. X correspondiente a 1986. Los datos que a continuación se ofrecen corresponden a los artículos recibidos durante dicho año y el anterior, 1985, en el que se comenzó la preparación de dicha Segunda Epoca.

1. ARTÍCULOS RECIBIDOS

— Total de artículos recibidos			87 (100%)
— Aceptados para publicación		42 (48,3%)	
— Retirados por los autores tras evaluación		2 (2,3%)	
— Rechazados por el Consejo de Redacción		27 (31,1%)	
• por tema o extensión	2 (2,3%)		
• por el contenido de la evaluación	25 (28,8%)		
— Pendientes de finalizar la evaluación		16 (18,4%)	

2. DURACIÓN DEL PROCESO DE EVALUACIÓN: Período comprendido desde el envío del original al evaluador hasta la recepción del informe del mismo.

a) *Primera versión*

• menos de 1 mes	24 (32,4%)
• entre 1 y 2 meses	22 (29,8%)
• entre 2 y 3 meses	13 (17,6%)
• más de 3 meses	15 (20,2%)

b) *Posteriores versiones*

• menos de 1 mes	22 (56,4%)
• entre 1 y 2 meses	6 (15,4%)
• entre 2 y 3 meses	8 (20,5%)
• más de 3 meses	3 (7,7%)

En los anteriores datos tienen un importante peso relativo las primeras evaluaciones correspondientes al año de preparación de la segunda etapa de la revista (1985), cuya duración es claramente superior a las realizadas en el año siguiente.

A partir del N.º 2 (mayo, 1986) se ha introducido una nueva modalidad de publicación de originales con la denominación de NOTAS.

Dichas NOTAS deben caracterizarse por su concisión (diez folios mecanografiados como máximo) y su proceso de evaluación y publicación es apreciablemente más corto que el de los artículos.

3. Duración del proceso de publicación: Período comprendido desde la aceptación hasta su publicación en el Vol. X (1986).

• menos de 2 meses	5 (16,7%)
• entre 2 y 3 meses	10 (33,3%)
• entre 3 y 4 meses	7 (23,3%)
• más de 4 meses	8 (26,7%)

El Consejo de Redacción quiere dejar constancia de su agradecimiento a las siguientes personas que, además de los miembros del Consejo Asesor de la revista, han actuado como evaluadores anónimos para la misma durante los años 1985 y 1986.

Albi Ibáñez, Emilio
Ardanuy Albajar, Ramón
Aznar Grasa, Antonio
Bueno Campos, Eduardo
Camio del Ayo, J. José
Carrera Calero, Carmen
Corchón Díaz, Luis
Cuervo-Arango, Carlos
Esteban Marquillas, Joan M. de
Ferreira Chao, Antonio
Gallastegui Zulaica, Inmaculada
García Santesmases, José Miguel
Gómez Pérez, Jośe Patricio
González-Páramo, José Miguel
González Romero, Arturo
Herce San Miguel, José Antonio
Herrero Blanco, Carmen
Jaumandreu Balansó, Jordi.
Jiménez Raneda, Ignacio
Lozano Rodríguez, Enrique
Maravall Herrero, Agustín
Martínez López, Antonio
Martínez Mongay, Carlos
Mato Leal, Gonzalo
Monés Farré, María Antonia
Novales Cinca, Alfonso
Pedreño Muñoz, Andrés
Ricart i Costa, Joan
Robledo Fraga, José Luis
Salas Fumás, Vicente
Sebastián Gascón, Carlos
Sumpsi Viñas, José María
Torres Torres, Angel
Urrutia Elejalde, Juan
Valero López, Francisco
Viñals Iñíguez, José María
Zubiri Oria, Ignacio

CONVOCATORIAS

AÑO DE CONCENTRACION EN ORGANIZACION INDUSTRIAL

(Enero-Junio de 1987)

INSTITUTO DE ANALISIS ECONOMICO
CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTIFICAS
UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BARCELONA

Estructura del Curso

El curso se desarrollará a lo largo del año académico 1986-1987 y dirigido tanto a los académicos interesados en estas áreas como a los que por su actividad profesional están vinculados a la organización industrial. Adicionalmente, este curso se incluye dentro del programa de magister y doctorado de la Universidad Autónoma de Barcelona.

Las sesiones centrales que se relacionan a continuación cubrirán una semana, en la cual el profesor invitado ofrecerá tres lecciones sobre el tema, además de un seminario de investigación. El profesor invitado estará en Barcelona toda la semana para poder conversar con aquellos participantes interesados en su área de especialidad.

Programa

1. *Bargainning and Experimental Economics*

   12-16 enero Ken Binmore and Avner Shaked (Reino Unido)
   26-30 enero Charles Holt, University of Virginia (USA) y Universidad Autónoma de Barcelona

2. *Financial Markets and Agency Theory*

   23-27 febrero
   R. Kihlstrom, University of Pennsylvania (USA), Martin Hellwig, University of Bonn (Alemania)

3. *The Economics of Organizations*

   2-6 marzo Paul Milgrom, Yale University (USA)
   9-13 marzo Bengt Homstrom, Yale University (USA)

4. *Contracting with Asymmetric Information*

   23-28 marzo Michael Riordan, Stanford University (USA)

5. *Spatial Competition and Product Differentation*

   6-10 abril Jacques-Françes Thisse, C.O.R.E. (Bélgica)

6. *Dynamic Games with Applications to Strategic Competition*

27-30 abril Drew Fundenberg, University of California Berkeley (USA)

7. *Regulation and Public Intervention in Production*

4-5 mayo Richard Gilbert, University of California Berkeley (USA)
18-20 mayo Roger Guesnerie, C.E.Q.C. (Francia)

8. *Empirical Models of Oligopoly*

25-29 mayo Timothy Bresnaham, Stanford University (USA)

9. *Imperfect Competition and International Trade*

8-12 junio Avinash Dixit, Princeton University (USA)

10. *Industrial Policy in the European Economic Community and Spain*

15-18 junio Se organizará un simposio con algunos ponentes invitados

Para las otras ponencias se abre un período de solicitud. La fecha límite de recepción de artículos a presentar será el 31 de enero de 1987. Los trabajos deben enviarse al Comité Organizador:

Instituto de Análisis Económico
C.S.I.C.
Universidad Autónoma de Barcelona
08193 BELLATERRA (Barcelona)

Comité Organizador

Joan E. RICART (IESE, Avda. Pearson, 21, 08034 Barcelona, Tel. (93) 204 40 00)
Xavier VIVES (Departament of Economics, University of Pennsylvania, 3718 Locust Walk/CR, Philadelphia, PA. 19104, USA, Tel. 215. 898-1511)

Información

Para información más concreta sobre calendarios, inscripciones o becas (tanto residenciales como de inscripción), dirigirse a:

TRINI MORAIRA
Instituto de Análisis Económico
Universidad Autónoma de Barcelona
BELLATERRA, Barcelona
Tel. (93) 691 20 17

CONFERENCIA ANUAL
E.A.R.I.E.
EUROPEAN ASSOCIATION FOR RESEARCH IN INDUSTRIAL ECONOMICS

La décimocuarta conferencia anual de E.A.R.I.E. tendrá lugar desde el día 30 de agosto al 1 de septiembre de 1987 en el Colegio Mayor Empresa Pública de Madrid, en colaboración con la Fundación Empresa Pública.

Las sesiones incluirán una amplia gama de temas tales como: Teoría Económica de la Organización Industrial, Economía Industrial y Organización de la Empresa, Estudio de Casos Industriales, Política Industrial (Competencia, Regulación, etc.), Empresa Pública y Cambio Técnico e Innovación; así como otras posibles áreas en las que exista una interesante actividad investigadora dentro del campo de la Economía Industrial.

Aquellos que estén interesados en presentar una ponencia deberán remitir tres copias de la misma, en inglés, en las que se incluya un resumen, para su revisión y evaluación, antes del 15 de marzo de 1987. La extensión máxima de las ponencias será de veinticinco páginas, mientras que la del resumen será de una página. El envío de originales se dirigirá al presidente del Comité de Programación, Oscar Fanjul, a la dirección postal de la Fundación Empresa Pública. De dicha dirección se puede requerir, asimismo, el boletín de suscripción a la Conferencia, así como cualquier información adicional sobre la misma.

14.ª Conferencia E.A.R.I.E.
Fundación Empresa Pública
Plaza del Marqués de Salamanca, 8
28006 MADRID

COMITE EJECUTIVO

BRIOSCHI, Francesco (Italia)
CARLSSON, Bo (Presidente anterior, Suecia)
DE BONDT, Raymond (Bélgica)
DE JONG, Hank (Holanda)
ELIASSON, Gunnar (Suecia)
ENCAOUA, David (Francia)
FANJUL, Oscar (España)
GEROSKI, Paul (Reino Unido)
HIRSCH, Seev (Israel)
HOPE, Einar (Noruega)
JACQUEMIN, Alexis (Bélgica)
JENNY, Frèdèric (Francia)
MATHEWSON, Frank (Canadá)
MOSSIN, Axel (Dinamarca)
MUELLER, Dennis (EE.UU.)
MULLER, Jürgen (Alemania F.)
NEUMANN, Manfred (Presidente Alemania F.)
ROMAN, Zoltan (Hungría)
SCHENK, Hans (Holanda)
UNGER-STERNBERG, Thomas (Suiza)
VON WEIZSACHER, Christian (Alemania F.)
WAVERMANN, Leonard (Canadá)
YLA-ANTILLA, Pekka (Finlandia)

COMITE ORGANIZADOR

FANJUL, Oscar (Universidad Autónoma, Madrid)
SALAS, Vicente (Universidad de Zaragoza)
SEGURA, Julio (Universidad Complutense, Madrid, y Fundación Empresa Pública)
VIVES, Xavier (Universidad de Pennsylvania)

3.as JORNADAS DE ECONOMIA INDUSTRIAL

Como en años anteriores, las ponencias presentadas en las Jornadas habrán de ser trabajos no publicados con una extensión máxima de 25 folios que versen sobre alguna de las áreas englobadas dentro de la Economía industrial, preferentemente: Cambio Técnico, Estrategias de competencia monopolística y Política Industrial comparada con la CEE.

Los trabajos deberán de ser enviados antes del 1 de mayo a la Secretaría de las 3.as Jornadas de Economía Industrial. Fundación Empresa Pública, Plaza del Marqués de Salamanca, 8, 28006 MADRID.

Para cualquier información adicional sobre las Jornadas se deberá contactar con la Secretaría, bien escribiendo a la dirección arriba indicada o bien llamando a los teléfonos: 404 30 78 y 404 34 54 (de lunes a viernes entre las 9 y 15 horas).