Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XIV, n.º 2 (1990), págs. 225-237

CONCENTRACION INDUSTRIAL Y MEDIDAS DE INFORMACION

Luisa ERASO GOICOECHEA
Carmen GARCIA OLAVERRI
Universidad de Zaragoza

En este trabajo, tras plantear el problema de medir la concentración industrial se revisan las medidas más usuales y sus limitaciones cuando no se conoce totalmente el sector industrial. Para superarlas se propone una familia de medidas I^I_α. Se demuestran algunas propiedades y se comprueba que verifica las axiomáticas de Hall-Tideman y Hannah-Kay para medidas de concentración.

1. Introducción

La concentración industrial es un importante indicador del grado de centralización de la actividad económica. Es, además, uno de los factores que explican el poder de mercado en una economía.

Uno de los problemas que ha suscitado gran controversia en la literatura es la adopción de un índice para medir la concentración industrial.

En primer lugar, no existe unanimidad a la hora de definir una medida de concentración admisible teóricamente, si bien existen varias axiomáticas como las de Hall y Tideman, Hannah y Kay que enumeran las propiedades deseables para dichos índices.

Estas propiedades no pueden interpretarse como exigencias, de hecho, el que un índice no cumpla alguna de las condiciones de una axiomática no significa que no sea económicamente interesante.

En segundo lugar, cualquier índice estaría definido sobre una variable que representa el tamaño de las empresas, aunque no hay un acuerdo general en la selección de dicha variable.

Se han sugerido: la cifra de ventas, el valor añadido, el empleo, el capital y el activo. El uso de una u otra va a tener efecto sobre el valor de la medida. Estadísticamente se ha probado (Bailey-Boyle, 1971) que existe una fuerte correlación entre los grados de concentración obtenidos para las diferentes variables, por lo que la elección de una u otra no tendría gran importancia salvo para establecer comparaciones. No obstante, las variables más empleadas son la cifra de ventas y el empleo debido sobre todo a la menor dificultad para obtener datos sobre ellas.

Por último, aunque la concentración puede referirse a cualquier tipo de sector industrial, por razones de aplicación práctica nos restringimos a las clasificaciones industriales disponibles.

2. Medidas de concentración

Existen distintas medidas de concentración que pueden clasificarse en dos grupos.

Por un lado, están las medidas basadas en el porcentaje de mercado que corresponde únicamente a las empresas dominantes del sector.

Por otro, las basadas en la participación de todas las empresas del sector.

Las primeras se denotan por CRK y representan la participación respecto del total que corresponde a las K mayores empresas: clasificadas las empresas en orden decreciente según su participación p_i en el sector, $CRK = \sum_{i=1}^{K} p_i$.

Estos índices sólo tienen en cuenta la participación de las K mayores empresas, despreciando el resto; y por ello han sido ampliamente criticadas, aunque solo desde un punto de vista teórico, pues en la práctica son los más empleados.

Las segundas se basan en la participación de todas las empresas del sector. Las más utilizadas son:

El índice de Herfindal: $H = \sum_{i=1}^{n} p_i^2$

El índice de Hall-Tideman: $HT = \dfrac{1}{2\sum_{i=1}^{n} ip_i - 1}$

Las medidas basadas en la entropía $E = \sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 \dfrac{1}{p_i}$ donde cada p_i representa la participación de la empresa i en el sector industrial.

El estudio teórico demuestra que estas medidas se comportan mejor que las anteriores (en el sentido de que verifican axiomáticas más universales). Sin embargo, la necesidad de conocer la distribución completa del sector hace que sean poco aplicadas, debido a que cuando se realizan estudios empíricos no siempre se dispone de todos los datos, ya sea por la imposibilidad de conseguirlos o por el alto costo que su obtención supone.

Así, para estudiar la concentración industrial en un determinado sector, los datos proporcionados por distintas fuentes suelen estar referidos o a las K mayores empresas o a aquellas que representan un porcentaje fijo del sector.

En este trabajo se proponen unos índices similares a los basados en la distribución de todo el sector pero que pueden emplearse específicamente cuando dicha distribución no es conocida al completo.

Es decir, con la notación anterior conocemos:

$$\{p_i\}_{i=1}^{n} \qquad p_i \geq 0 \qquad \sum_{i=1}^{n} p_i = K < 1$$

que representa una distribución incompleta de probabilidad.

Entre las diferentes alternativas para tratar este tipo de distribuciones están:

1. Completar la distribución con una empresa ficticia cuya participación en el mercado sea 1-K.
2. Transformar cada p_i en $p_i' = \frac{p_i}{K}$, de manera que $\sum_{i=1}^{n} p_i' = 1$.
3. Trabajar directamente con la distribución incompleta.

Este trabajo desarrolla la última alternativa, que emplea las verdaderas participaciones p_i de las empresas del sector. No necesitando transformar dichos valores (como en la alternativa 2) ni añadir ninguna participación ficticia (como en la alternativa 1).

Los índices considerados están basados en la medida de información propuesta por Renyi (1976).

Dados $\{p_1, \ldots p_n\}$ $\sum_{i=1}^{n} p_i = K < 1 \quad p_i \geq 0$

se define

$$I_\alpha^I(p_1, \ldots, p_n) = \frac{1}{1-\alpha} \log_2 \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^\alpha}{\sum_{i=1}^{n} p_i} \qquad \text{si } \alpha \neq 1.$$

$$I_1^I(p_1, \ldots, p_n) = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 \left(\frac{1}{p_i}\right)}{\sum_{i=1}^{n} p_i} \qquad \text{si } \alpha = 1.$$

Esta familia de índices, que incluye a la entropía como caso particular es, en efecto, una medida de información, pues cumple los postulados[1]:

[1] Los denotamos por P^* para distinguirlos del caso de distribución completa $\left(\sum_{i=i}^{n} p_i = 1\right)$ en el que:

$P1. = P1^*$
$P2.$ $I(p, 1-p)$ es una función continua de $p\,(0 \leq p \leq 1)$
$P3.$ $I(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = 1$

$P1$: La información obtenida mediante la función I^l_α sólo depende de la distribución de probabilidades $p_1, p_2, ..., p_n$. Además, la función es simétrica respecto de los p_i.

$P2$: $I^l_\alpha\ (p,\ K-p)$ es una función continua de p $(0 \leq p \leq K)$.

$P3$: $I^l_\alpha\ (K/2,\ K/2) = 1 - \log_2 K$.

3. Propiedades

Vamos a desarrollar algunas propiedades de esta familia de índices.

1. La medida es siempre mayor o igual que cero para cualquier distribución.

   Para $\alpha = 1$, la propiedad se verifica por la definición.

   $$\text{Si } \alpha > 1, \qquad \sum_{i=1}^{n} p_i \geq \sum_{i=1}^{n} p^\alpha{}_i, \qquad \frac{\Sigma p_i^\alpha}{p_i} \leq 1$$

   $$\log_2 \left(\frac{p_i^{\cdot}}{p_i} \right) \geq 0 \qquad \text{y} \qquad \frac{1}{1-\alpha} < 0, \text{ entonces } I^l_\alpha \geq 0.$$

   Un desarrollo similar nos lleva a probar que $I^l_\alpha \geq 0$ para el caso $\alpha < 1$.

2. Si $p_i = K < 1, \quad p_j = 0 \quad j \neq i$

   $I^l_\alpha (p_1, ..., p_n) = -\log_2 K$.

   Efectivamente:

   $$\text{para } \alpha = 1 \qquad I^l_1\ (0,\ 0,\ ...,\ K,\ ...\ 0) = K \log_2(1/K)/K = -\log_2 K$$

   $$\text{para } \alpha \neq 1 \qquad I^l_\alpha (0, ..., K, ... 0, 0) = \frac{1}{1-\alpha} \log_2 \frac{K^\alpha}{K} =$$

   $$= \frac{\alpha - 1}{1 - \alpha} \log_2 K = -\log_2 K.$$

   El valor mínimo de este índice viene dado en el caso de que la participación corresponda a una única empresa. Este valor es cero para $K = 1$, es decir, cuando se conoce la distribución completa y corresponde a una situación de monopolio.

3. $I^l_\alpha\ (p_1, ..., p_n, 0) = I^l_\alpha\ (p_1, ..., p_n)$

   se cumple trivialmente y afirma que la inclusión o no en el mercado de una firma con participación nula, no altera el grado de concentración.

4. Para un mismo sector industrial la familia I^l_α toma valores decrecientes respecto de α. Es decir:

   $$I^l_\alpha \geq I^l_{\alpha-1} \geq ... \geq I^l_0$$

Para comprobarlo utilizamos el teorema de Hardy que afirma que la función:

$$\left(\sum_{i=1}^{n} w_i \; x_i^{\beta}\right)^{-1/\beta} \quad \text{donde } x_i > 0, w_i > 0, \; \sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

es creciente en β.

Si tomamos $x_i = \dfrac{1}{p_i}$, $w_i = \dfrac{p_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i}$, $\beta = 1 - \alpha$.

Dado que $I_\alpha^I(p_1, ..., p_n) = log_2 \left(\sum_{i=1}^{n} \dfrac{p_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i} \left(\dfrac{1}{p_i}\right)^{1-\alpha} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} =$

$= log_2 \left(\sum_{i=1}^{n} w_i x_i^{\beta} \right)^{1/\beta}$, se cumplen las condiciones del teorema de Hardy, lo que nos lleva a afirmar que la familia I_α^I es decreciente en α.

5. El mayor valor de este índice corresponde al caso en el que la participación K está equitativamente repartida

   $(p_i = K/n \;\; \forall \; _i)$. Es decir:

   $I_\alpha^I(p_1, ..., p_n) \leq I_\alpha^I(K/n, ..., K/n)$.

   En efecto:

$$I_\alpha^I(K/n, K/n, ..., K/n) = \frac{1}{1-\alpha} \; log_2 \; \frac{n\left(\dfrac{K}{n}\right)^{\alpha}}{k} = \frac{1}{1-\alpha} \; log_2 \left(\frac{K}{n}\right)^{\alpha-1} =$$

$$= log_2 \left(\frac{n}{K}\right) = I_o^I(p_1, ..., p_n).$$

   Además, por la propiedad 4) $I_\alpha^I(p_1, ..., p_n) \leq I_o^I(p_1, ..., p_n)$.

   Si $K = 1$, es decir, cuando se considera conocida la totalidad del sector, este valor máximo es $log_2 \; n$ que corresponde al caso de competencia perfecta.

6. El índice de concentración I_α^I de un sector industrial disminuye cuando se fusionan dos empresas.

   Así, dado un sector industrial

$$\{p_1, p_2, ..., p_n\} \;\text{ con } \sum_{i=1}^{n} p_i = K < 1,$$

si las empresas con participación p_1 y p_2 se unen dando lugar a una nueva con participación $p = p_1 + p_2$ se tiene que

$$I_\alpha^I(p_1, p_2, ..., p_n) \geq I_\alpha^I(p, p_3, ..., p_n).$$

Para $\alpha = 0$ $\quad I_0^I(p_1, p_2, ..., p_n) - I_0^I(p, p_3, ..., p_n) =$

$$= log_2 \frac{n}{k} - log_2 \frac{n-1}{K} = log_2 \frac{n}{n-1} \geq 0.$$

Para $\alpha = 1$ $\quad I_1^I(p_1, p_2, ..., p_n) - I_1^I(p, p_3, ..., p_n) =$

$$= \frac{1}{K}\left[p_1 log_2\left(\frac{1}{p_1}\right) + p_2 log_2\left(\frac{1}{p_2}\right) - p\, log\left(\frac{1}{p}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{K} p\, I_1\left(\frac{p_1}{p}, \frac{p_2}{p}\right) \geq 0$$

Para $\alpha \neq 1$ $\quad I_\alpha^I(p_1, p_2, ..., p_n) - I_\alpha^I(p, p_3, ..., p_n) =$

$$= \frac{1}{1-\alpha} log \left(\frac{p_1^\alpha + p_2^\alpha + ... + p_n^\alpha}{p^\alpha + p_2^\alpha + ... + p_n^\alpha}\right)$$

Si $\alpha > 1$ $\quad \dfrac{p_1^\alpha + p_2^\alpha + ... + p_n^\alpha}{p^\alpha + p_3^\alpha + ... + p_n^\alpha} \leq 1$

su logaritmo será negativo y, puesto que $\frac{1}{1-\alpha} < 0$, la diferencia entre los índices será mayor o igual que cero.

Si $\alpha < 1$ ambos factores son positivos, y también lo será la diferencia estudiada.

De las propiedades 2 y 5 hemos visto que el valor máximo corresponde al caso de reparto equitativo y el valor mínimo se da en el caso de una única empresa.

La variación de esta medida es, por tanto, de signo opuesto a la de otras como CR o el índice de Herfindal. Más adelante proponemos una medida alternativa basada en ésta y cuya variación es similar a las anteriores medidas.

4. El índice I_α^I frente a la axiomática de Hall-Tideman

Como ha quedado indicado, existen diferentes axiomáticas que contienen las propiedades deseables de las medidas de concentración. Una de las más aceptadas en la literatura existente es la propuesta por Hall y Tideman.

En este apartado vamos a comprobar que el índice estudiado en este trabajo es aceptable como medida de concentración, analizando su comportamiento frente a dicha axiomática.

En lo que sigue hay que tener presente que la medida I_α^I toma valores de 0, en situación de monopolio, hasta $log_2 \left(\frac{n}{k}\right)$, que corresponde a una distribución equitativa, mientras que la axiomática está propuesta para medidas que disminuyen cuando más igualitario es el reparto. Por esta razón, hay que interpretar los axiomas para estos índices.

Axioma 1: «La concentración es una medida unidimensional».

Este axioma se verifica por la propia definición de la medida.

Axioma 2: «La concentración en un sector industrial es independiente del tamaño total de éste».

Efectivamente, el índice es una función del tamaño relativo de las empresas.

Axioma 3: «La medida de concentración debe variar por un cambio en cualquier participación p_i, de manera que aumenta cuando la participación de una firma grande crece a expensas de la participación de una pequeña, y viceversa» (en nuestro caso la medida debe disminuir).

Suponemos las p_i en orden decreciente ($p_i > p_j$, si $i < j$). Veamos que si se transfiere una parte c de la participación p_j de la empresa j a la de la empresa i, p_i supuesto que p_j es significativamente menor que p_i, la medida disminuye.

$$D = I_\alpha^I (p_1, ..., p_i + c, ... p_j - c, ..., p_n) - I_\alpha^I (p_1, ..., p_i, ... p_j, ..., p_n)$$

Para $\alpha = 1$

$$D = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} p_i}\left[(p_i + c)\, log \left(\frac{1}{p_i + c}\right) + (p_j - c)\, log \left(\frac{1}{p_j - c}\right) - p_i log \left(\frac{1}{p_i}\right) - \right.$$

$$\left. - p_j log \left(\frac{1}{p_j}\right)\right] = \frac{1}{K}\left[p_i log \left(\frac{p_i}{p_i + c}\right) + p_j log \left(\frac{p_j}{p_j + c}\right) + c\, log \left(\frac{p_j - c}{p_i + c}\right)\right]$$

De los dos primeros sumandos, el primero es siempre negativo y el segundo positivo, pero dado que p_i es comparativamente mucho mayor que p_j la suma de estos dos términos será negativa, al igual que el tercer sumando. Por tanto, $D \leq 0$.

Para $\alpha \neq 1$

$$D = \frac{1}{1 - \alpha}\; log \; \frac{p_1^\alpha + ... + (p_i + c)^\alpha + ... + (p_j - c)^\alpha + ... + p_n^\alpha}{p_1^\alpha + ... + p_i^\alpha + ... + p_j^\alpha + ... + p_n^\alpha}$$

Para estudiar si este cociente es mayor o menor que uno vamos a comparar $(p_i + c)^\alpha + (p_j - c)^\alpha$ con $p_i^\alpha + p_j^\alpha$ (pues son los únicos términos distintos en el numerador y en el denominador) o, equivalentemente $(p_i + c)^\alpha - p_i^\alpha$ con $p_j^\alpha - (p_j - c)^\alpha$. Utilizando el desarrollo en serie de Taylor:

$$(p_i + c)^\alpha - p_i^\alpha \simeq \binom{\alpha}{1} p_i^{\alpha-1} c$$
$$p_j^\alpha - (p_j^\alpha - c)^\alpha \simeq \binom{\alpha}{1} p_j^{\alpha-1} c$$

Si $\alpha > 1$ como $p_i >> p_j$ y $\alpha - 1 > 0$

$(p_i)^{\alpha-1} > (p_j)^{\alpha-1}$, por tanto, $(p_i + c)^\alpha - p_i^\alpha \geq p_j^\alpha - (p_j - c)^\alpha$ con lo que el cociente será mayor que 1, su logaritmo positivo y $D \leq 0$, puesto que $\frac{1}{1-\alpha} < 0$.

Si $\alpha < 1$, $-(\alpha - 1) \geq 0$; $p_i >> p_j$, $(p_i)^{-(\alpha-1)} > (p_j)^{-(\alpha-1)}$

y, por tanto, $(p_i)^{\alpha-1} < (p_j)^{\alpha-1}$

$(p_i + c)^\alpha - p_i^\alpha \geq p_j^\alpha - (p_j - c)^\alpha$, con lo que el cociente será menor que uno y su logaritmo negativo, por tanto $D \leq 0$ $\left(\text{pues } \frac{1}{1-\alpha} > 0\right)$

Axioma 4: «Si cada una de las empresas de un sector se divide en r empresas de idéntica participación, la medida de concentración es $\frac{1}{r}$ veces la inicial» (para la medida I_α^I será r veces la inicial).

El incumplimiento de este axioma no descalifica a un índice, ya que lo que interesa es que éste varíe al dividir cada empresa en r firmas y que esta variación sea función directa de r.

En nuestro caso:

$$I_\alpha^I = \frac{1}{1-\alpha} log_2 \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^\alpha}{\Sigma p_i} \right) \qquad \text{si } \alpha \neq 1$$

haciendo cada $p_i = \frac{p_i}{r}$ el índice será:

$$\frac{1}{1-\alpha} log_2 \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} r \left(\frac{p_i^\alpha}{r}\right)}{\sum_{i=1}^{n} r \left(\frac{p_i}{r}\right)} \right) = \frac{1}{1-\alpha} log_2 \left(\frac{1}{r^{\alpha-1}} \; \frac{\Sigma p_i^\alpha}{\Sigma p_i} \right) = log_2\, r + I_\alpha^I$$

Si $\alpha = 1$

$$I_1^I = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i \, log_2 \left(\frac{1}{p_i}\right)}{\sum^{n} p_i}$$

haciendo cada $p_i \rightarrow \frac{p_i}{r}$

el índice será $$\frac{\sum_{i=1}^{n} r\left(\frac{p_i}{r}\right) log_2 \left(\frac{1}{p_i/r}\right)}{r\left(\frac{p_i}{r}\right)} = log_2\, r + I_1^I$$

Como puede observarse en el desarrollo anterior, el índice cuando hay n empresas es menor que cuando hay nr empresas. Aunque la relación no es exactamente la de r veces, el aumento es función únicamente de r. Cuanto mayor sea el número de empresas en que se subdivide cada una de las iniciales mayor es el índice.

Axioma 5: «Cuando una industria está dividida en N empresas de igual tamaño la medida de concentración debe ser función decreciente en N» (creciente en N para la medida I_α^I).

Este axioma está implícito en los anteriores y es verificado en la medida I_α^I pues por la propiedad 5.

$$I_\alpha^I\,(K/n,\, K/n,\, ...,\, K/n) = log_2\,(n/K)$$

Axioma 6: «Una medida de concentración debe estar en el rango de 0 a 1».

La medida I_α^I incumple este axioma, pero este hecho no influye en el buen comportamiento del índice, pues este axioma sólo fija un campo de variación.

No obstante, si por alguna razón se considera interesante un índice que varíe entre 0 y 1 bastará modificar la definición de la siguiente forma:

$$I_1^N = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i \log\left(\frac{1}{p_i}\right)}{log_2\left(\frac{n}{K}\right)\sum_{i=1}^{n} p_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i \log\left(\frac{1}{p_i}\right)}{K\,log\left(\frac{n}{K}\right)} \qquad \text{para } \alpha = 1$$

$$I_\alpha^N = \frac{1}{1-\alpha}\,\frac{log_2\left(\frac{\Sigma p_i^\alpha}{\Sigma p_i}\right)}{log_2\left(\frac{n}{K}\right)} = \frac{1}{1-\alpha}\,\frac{log_2\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^\alpha}{K}\right)}{log_2\left(\frac{n}{K}\right)} \qquad \text{para } \alpha \neq 1.$$

A lo largo del trabajo hemos ido indicando que el sentido de la variación de esta medida es opuesto a otros (CR, Herfindal, ...) aunque como se ha visto, esto no influye en su comportamiento.

Además, con una pequeña modificación en su definición se obtiene una medida con el mismo sentido de variación que los índices CR, Herfindal, ...:

$$I_\alpha^V = log_2\left(\frac{n}{K}\right) - I_\alpha^I$$

Por último, de los anteriores comentarios se deduce que si deseamos trabajar con un índice que varíe entre 0 y 1, donde el valor 0 corresponda a la situación de empresas con idéntica participación en el mercado y el valor 1 al caso de una única empresa, la medida a utilizar será:

$$I_\alpha^{NI} = 1 - I_\alpha^{N}$$

5. El índice de I_α^I frente a la axiomática de Hannah y Kay

Una axiomática posterior a la de Hall y Tideman con una formulación más económica es la propuesta por Hannah-Kay (1977).

Axioma 7: «Un incremento en la participación acumulada de la j-ésima firma, para cualquier j, numeradas las firmas en orden de tamaño decreciente, implica un incremento en la concentración» (una disminución para I_α^I).

En efecto, dada la distribución incompleta la probabilidad $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$;

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = K < 1; p_i \geq 0; p_i \leq p_{i+1} \ \forall \ i = 1, \ldots, n-1.$$

Sea j la empresa en la que aparece por primera vez un aumento c en su participación acumulada; debido al orden decreciente establecido, este aumento implica una disminución de las participaciones de las empresas más pequeñas. La nueva distribución será:

$$\{p_1, \ldots, p_{j-1}, p_j + c, p_{j+1} - c_{j+1}, \ldots, p_n - c_n\} \text{ con } \sum_{i=j+1}^{n} c_i = c, c_i \geq 0.$$

En efecto, aplicando sucesivamente el axioma 3 de Hall-Tideman se tiene que:

$$I_\alpha^I (p_1, \ldots, p_j + c_{j+1} + \ldots + c_n, p_{j+1} - c_{j+1}, \ldots, p_n - c_n) \leq$$

$$I_\alpha^I (p_1, \ldots, p_j + c_{j+1} + \ldots + c_{n-1}, p_{j+1} - c_{j+1}, \ldots, p_n) \leq$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$I_\alpha^I (p_1, \ldots, p_j + c_{j+1}, p_{j+1} - c_{j+1}, \ldots, p_{n-1}, p_n) \leq$$

$$I_\alpha^I (p_1, \ldots, p_j, p_{j+1}, \ldots, p_{n-1}, p_n).$$

Axioma 8: «El principio de transferencia debe ser satisfecho».

El principio de transferencia coincide con el Axioma 3 de Hall-Tideman ya comprobado.

Axioma 9: «La entrada de nuevas firmas en la parte inferior del ranking debe reducir la concentración» (en nuestro caso, debe aumentar la medida).

Efectivamente, dada $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$, $\sum_{i=1}^{n} p_i = K < 1$.

Supongamos que se incorpora una nueva firma con participación c, de manera que las restantes empresas ven disminuida su participación y la nueva distribución es

$$\{p_1 - c_1, p_2 - c_2, ..., p_n - c_n, c\} \text{ con } \sum_{i=1}^{n} c_i = c,\ p_i \geq 0,\ c \leq p_i - c_i\ \forall\ i = 1, ..., n.$$

Nuevamente, aplicando reiteradamente el principio de transferencia se tiene que:

$$I_\alpha^l (p_1 - c_1, p_2 - c_2, ..., p_n - c_n, c_1 + ... + c_n) \geq$$
$$I_\alpha^l (p_1 - c_1, ..., p_{n-1} + c_{n-1}, p_n, c_1 + ... + c_{n-1}) \geq$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$I_\alpha^l (p_1 - c_1, ..., p_{n-1}, p_n, c_1) \geq$$
$$I_\alpha^l (p_1, ..., p_n, 0) = I_\alpha^l (p_1, ..., p_n).$$

Axioma 10: «La fusión de empresas deberá aumentar la concentración» (la medida I_α^l disminuirá).

Este axioma coincide con la propiedad 6. ya demostrada.

Axioma 11: «Una diferenciación aleatoria de productos por parte de los consumidores deberá reducir la concentración (I_α^l debe aumentar).

Si los consumidores hacen una diferenciación de productos en un sector industrial, una empresa con participación p_j verá su producción diversificada con participaciones $p_j\ \delta_1, ..., p_j\ \delta_s$, donde los δ_i son una distribución de probabilidad. Aplicando sucesivamente el axioma anterior obtendríamos que

$$I_\alpha^l (p_1, p_2, ..., p_j\ \delta_1, ..., p_j\ \delta_s, p_{j+1}, ..., p_n) \geq$$
$$I_\alpha^l (p_1, ..., p_j\, p_{j+1}, ..., p_n)$$

Axioma 12: «Cuanto menor sea la participación de una nueva firma, menor será su efecto sobre el grado de concentración».

Este axioma se verifica debido a la continuidad de la familia I_α^l. Por tanto, a variaciones pequeñas en los p_i corresponden variaciones pequeñas en el valor de la medida.

Axioma 13: «La influencia de factores aleatorios sobre el crecimiento de las empresas, deberá aumentar la concentración».

El enunciado de este axioma es algo ambiguo, pues al estar definida la concentración como una función de las participaciones de las empresas, si una empresa aumenta su participación (es decir, crece) alguna de las restantes debe disminuir su cuota de mercado. Es decir, todas las empresas no pueden crecer a la vez.

Así, si las empresas mayores aumentan su participación sabemos (por el principio de transferencia) que la concentración aumenta y si son las empresas pequeñas las que crecen la concentración tenderá a disminuir.

Estos siete axiomas no son independientes entre sí como ya argumentan Curry-George (1983) y Río-Pérez (1988).

Es decir, más que como una axiomática hay que mirarlo como un conjunto de propiedades deseables para índices de información.

6. Conclusiones

La familia de medidas I_α^I que aquí se propone como índice de concentración verifica los axiomas propuestos por Hall-Tideman y Hannah-Kay, además de otras propiedades demostradas en el apartado 3. En este sentido, se puede afirmar que I_α^I es, al menos, tan buena como las medidas de concentración más utilizadas.

Además, la medida I_α^I al estar definida para el caso en que se conoce parcialmente un sector, es más apropiada en situaciones reales que las medidas habituales, ya que éstas deben modificar los datos hasta obtener una distribución de probabilidad. Dichas modificaciones pueden distorsionar el índice de concentración.

Al final del apartado 4 se propone una familia de medidas I^{NV} que, verificando las mismas propiedades y axiomas que I_α^I, varía entre 0 y 1, correspondiendo estos valores a los casos de competencia perfecta y monopolio, respectivamente.

Por último, volviendo al problema de la elección del índice, un criterio suele ser el de las distintas ponderaciones que se pueden dar a los diferentes tamaños de las empresas. La adopción de este criterio con las medidas habituales nos hará decantarnos por una medida distinta según la ponderación. Al trabajar con la familia I_α^I la incorporación de este criterio supone simplemente elegir el α adecuado en cada caso.

Referencias

Bailey, D. y Boyle, S. E. (1971): *The Optimal Measure of Concentration*, JASA, Vol. 66, págs. 702-706.

Curry, B. y George, K. (1983): «Industrial Concentration: a Survey», *Journal of Industrial Economics*.

Eraso, L. y García, C. (1988): «Medidas de información para distribuciones incompletas», XIII Jornadas Hispano-Lusas de Matemáticas, Valladolid.

Guiasu, S. (1977): *Information Theory with Applications*, Ed. McGraw-Hill.

Hall, M. y Tideman, N. (1967): *Measures of Concentration*, JASA, Vol. 62, págs. 162-168.

Hannah, L. y Kay, J. A. (1977): *Concentration in Modern Industry. Theory, Measurement and the U. K. Experience*, Ed. McMillan.

Jackemin, A. (1982): *Economía Industrial*, Ed. Hispano Europea, S. A.

Renyi, A. (1976): *Cálculo de Probabilidades*, Ed. Reverté.

Río, M. J. y Pérez, R. (1988): «Sobre la medición de la Concentración Industrial», *Investigaciones Económicas* (Suplemento, 1988).

Shannon, C. E. (1948): «A mathematical theory of comunication», *Bell Syst. Techn. Journal, núm. 27.*

Abstract

In this paper we first set the problem of Industrial Concentration measures and then, go on to study their limitations in a situation in which the industrial sector is not fully known.
To improve these measures we apropose a family of indexes I'_α and their properties are studied. We then prove that I'_α holds the Hall-Tideman and Hannah-Kay axioms to measure Industrial Concentration.

Recepción del original, febrero de 1989
Versión final, septiembre de 1989