Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XII, n.º 3 (1988) págs. 455-471

SEGURIDAD SOCIAL Y CRECIMIENTO DEMOGRAFICO EN UN MODELO DE CICLO VITAL

Miguel Angel LOPEZ GARCIA*

Universidad Autónoma de Barcelona

En este trabajo se discuten algunos aspectos de la interacción entre la seguridad social y el crecimiento demográfico en el marco de un modelo de generaciones sucesivas con producción endógena. Se discuten los sistemas de reparto y de capitalización, y se argumenta que no pueden obtenerse conclusiones claras acerca de los efectos de cambios en la tasa de crecimiento de la población sobre el nivel de bienestar estacionario.

1. Introducción

En diversas ocasiones se ha afirmado que las tendencias demográficas actuales en los países desarrollados, e incluso más aún las perspectivas futuras, pueden poner en aprietos a los sistemas públicos de pensiones basados en el sistema de reparto. Adicionalmente, se ha sugerido también que esa forma de financiación puede tener efectos adversos sobre el ahorro y la acumulación de capital, y no faltan las propuestas que ante panorama tan poco alentador preconizan su sustitución por sistemas, públicos o privados, basados en la capitalización.

Si bien la Seguridad Social ha recibido considerable atención en los modelos de generaciones sucesivas, no abundan los tratamientos de su relación con el crecimiento demográfico. Así, Aaron (1966), Samuelson (1975b), Kotlikoff (1979), Hu (1979), Burbidge (1983), Gigliotti (1984), Herce (1986), Feldstein (1985) (1987) y López García (1986a) (1986b) suponen una tasa constante de crecimiento de la población, aunque algunos de ellos introducen la posibilidad de que la oferta de trabajo sea elástica. Por su parte, Smith (1982) analiza los efectos de cambios estocásticos en la población en presencia de un sistema de reparto, y la incertidumbre demográfica no juega de hecho un papel esencial en Merton (1983). A otro nivel, Samuelson (1975a) (1976) y Deardorff (1976) han discutido la existencia de una tasa óptima de crecimiento de la población que daría el máximo bienestar entre los diversos estados de regla de oro, y Gigliotti (1983) ha realizado un ejercicio similar considerando la maximización de una suma descontada de utilidades.

* Estoy en deuda, sin por ello implicarles, con J. Brandts, A. Durán, J. M. Esteban, S. López, H. M. Polemarchakis, así como con el evaluador anónimo por sus comentarios. Mi reconocimiento también a la Fundación FIES-CECA por el soporte económico brindado al proyecto de investigación de que forma parte este trabajo. Una versión anterior fue presentada al XI Simposio de Análisis Económico, Barcelona, 1986.

El presente trabajo discute algunos aspectos de la interacción entre la Seguridad Social y el crecimiento de la población en el marco de un modelo de generaciones sucesivas en que la producción es endógena. Para mantener la discusión en los términos más sencillos posibles, se supone que no existe ningún tipo de incertidumbre. Se analizan los sistemas de reparto y de capitalización, concluyéndose que no puede obtenerse ninguna indicación clara acerca de los efectos inducidos por variaciones en la tasa de crecimiento demográfico sobre el nivel de bienestar estacionario. En la sección 2 se exponen los supuestos del modelo y se discuten los efectos de las modificaciones de los parámetros sobre la secuencia de equilibrios temporales. La sección 3 se centra en los estados estacionarios, y caracteriza las relaciones entre la acumulación de capital y el bienestar estacionarios con la tasa de crecimiento en presencia de sistemas de reparto y de capitalización. La sección 4 resume algunas observaciones finales.

2. El modelo

El marco básico es el modelo de generaciones sucesivas con producción de Diamond (1965) en su extensión del trabajo pionero de Samuelson (1958). La tecnología se representa mediante una función de producción neoclásica con rendimientos constantes a escala, $Y_t = F(K_t, L_t)$, donde Y_t, K_t y L_t denotan la producción, el capital y la fuerza de trabajo en el período t. En términos intensivos esa función será $y_t = f(k_t)$, $f' > 0$, $f'' < 0$, donde y_t y k_t son la producción y el capital por trabajador. En aras de la simplicidad se supone que no existe ni depreciación ni progreso tecnológico, aunque como es usual en la teoría neoclásica del crecimiento, puede introducirse un progreso técnico aumentativo del trabajo o neutral en el sentido de Harrod. Las tasas de rendimiento del capital, r_t, y de salario, w_t, vendrán dadas bajo condiciones competitivas por:

$$\begin{aligned} r_t &= f'(k_t) \\ w_t &= f(k_t) - k_t f'(k_t) \end{aligned} \qquad [1]$$

de manera que la frontera de precios de los factores puede escribirse como:

$$w_t = \phi(r_t) \quad ; \quad \frac{dw_t}{dr_t} = -k_t < 0 \quad ; \quad \frac{d^2 w_t}{dr_t^2} = \frac{-1}{f''(k_t)} > 0 \qquad [2]$$

La población está compuesta por individuos que viven dos períodos, uno en que son activos y ofrecen inelásticamente una unidad de trabajo, y otro en que son jubilados. Si L_t es el número de trabajadores en el período t, la relación entre las generaciones activa y jubilada en el $t + 1$ será:

$$L_{t+1} = (1 + n)L_t \qquad [3]$$

donde n es la tasa de crecimiento de la población. Consideraremos a n como una variable, positiva o negativa, sujeta tan sólo a la obvia restricción de que $n > -1$.

2.1. *Seguridad Social de reparto*

Consideremos la existencia de un sistema de reparto de la Seguridad Social, en el que cada individuo joven paga un T por ciento de su salario en el período t y recibe una pensión p_{t+1} en su vejez en el $t + 1$. Por la naturaleza de reparto del sistema, el total de pensiones en cada período será igual al volumen de impuestos recaudados, $p_{t+1}L_t = Tw_{t+1}L_{t+1}$, de manera que:

$$p_{t+1} = (1 + n)Tw_{t+1} \qquad [4]$$

Así, la cotización depende de salario en el período t y la pensión del salario del $t + 1$.

El ahorro surgirá por razones de ciclo vital de los individuos que desean transferir poder adquisitivo de su período activo al de jubilación. Si c_t^1 y c_{t+1}^2 representan los consumos en cada período, los individuos maximizarán una función de utilidad $U_t = U(c_t^1, c_{t+1}^2)$, cuasicóncava y con las demás propiedades habituales, sujeta a la restricción presupuestaria:

$$c_t^1 + \frac{c_{t+1}^2}{(1 + r_{t+1})} = w_t + \frac{[(1 + n)Tw_{t+1} - (1 + r_{t+1})\ Tw_t]}{(1 + r_{t+1})} = \hat{w}_t \qquad [5]$$

con $c_t^1 \leqslant (1 - T)w_t$, donde $\hat{w}_t$ es el valor presente de su renta vital y se supone previsión perfecta. En ausencia de soluciones de esquina caracterizadas por un ahorro nulo, la maximización condicionada de la utilidad da lugar a la igualdad usual entre la relación marginal de sustitución entre los dos consumos y el precio relativo del consumo presente en términos del consumo futuro:

$$\frac{\partial U(c_t^1, c_{t+1}^2)/\partial c_t^1}{\partial U(c_t^1, c_{t+1}^2)/\partial c_{t+1}^2} = (1 + r_{t+1}) \qquad [6]$$

Las funciones de demanda de consumo en cada período pueden escribirse como $c^j = c^j(\hat{w}_t, r_{t+1}), j = 1, 2$, de manera que el ahorro por trabajador es $(1 - T)w_t - c^1(\hat{w}_t, r_{t+1})$. Se supone que ambos consumos son bienes normales (y así $0 < \partial c^j/\partial \hat{w}_t < 1$).

Dado que el único papel del sector público reside en la provisión de pensiones y para ello no acumula capital alguno, el ahorro será realizado por los individuos activos con el objeto de conseguir la estructura de consumo más preferida, y el stock de capital corresponderá al ahorro de la generación jubilada. Por tanto, la condición de equilibrio puede escribirse como el cumplimiento de:

$$r_{t+1} = f'\left[\frac{(1-T)w_t - c^1\left(w_t + \dfrac{[(1+n)Tw_{t+1} - (1+r_{t+1})Tw_t]}{(1+r_{t+1})}, r_{t+1}\right)}{(1+n)}\right] \quad [7]$$

Es decir, cuando el ahorro efectuado a la tasa de salario w_t a la de rendimiento del capital r_{t+1} genera una producción para la que esta última iguala a la productividad marginal del capital. Teniendo en cuenta que por [2] $w_{t+1} = \phi(r_{t+1})$, podemos escribir esta condición en forma explícita como $r_{t+1} = \psi(w_t, T, n)$.

El supuesto habitual de que un salario mayor redundaría en una acumulación de capital incrementada, y así en una reducción de su rendimiento[1], conlleva que la derivada parcial:

$$\frac{\partial r_{t+1}}{\partial w_t} = \frac{(1-T)\left(1 - \dfrac{\partial c^1}{\partial \hat{w}_t}\right)}{\dfrac{(1+n)}{f''} - \dfrac{(1+n)T}{(1+r_{t+1})^2}\dfrac{\partial c^1}{\partial \hat{w}_t}[(1+r_{t+1})k_{t+1} + w_{t+1}] + \dfrac{\partial c^1}{\partial r_{t+1}}} \quad [8]$$

deba ser negativa, lo que dada la normalidad de ambos consumos comporta que el denominador de [8] sea negativo.

La condición $r_{t+1} = \psi(w_t, T, n)$ junto con la frontera $w_t = \phi(r_t)$ configura un sistema dinámico que expresa la senda temporal de equilibrios de la economía para valores dados de la tasa de crecimiento de la población y del tipo impositivo de la Seguridad Social. Insertando [2] en [7] obtenemos una ecuación en diferencias de primer orden en r, $r_{t+1} = \psi[\phi(r_t), T, n]$:

$$r_{t+1} = f'\left[\frac{(1-T)\phi(r_t) - c^1\left(\phi(r_t) + \dfrac{[(1+n)T\phi(r_{t+1}) - (1+r_{t+1})T\phi(r_t)]}{(1+r_{t+1})}, r_{t+1}\right)}{(1+n)}\right] \quad [9]$$

que describe el comportamiento del rendimiento del capital.

Bajo las condiciones del modelo, un estado estacionario *(steady-state)* es una situación en que las variables K_t, L_t e Y_t crecen a la misma tasa, con la consecuencia de que la relación k, y con ella las remuneraciones factoriales y los consumos, no varía. Tal equilibrio a largo plazo será (localmente) estable si $|\partial r_{t+1}/\partial r_t| < 1$ en un entorno de ese equilibrio. Teniendo en cuenta que

[1] Véase Diamond (1965) (1970) para una discusión de este supuesto.

$(\partial r_{t+1}/\partial r_t) = (\partial r_{t+1}/\partial w_t)(dw_t/dr_t)$, y usando [2] y [8], podemos escribir la condición de estabilidad (local) como el cumplimiento de:

$$0<\frac{\partial r_{t+1}}{\partial r_t}=\frac{-k_t(1-T)\left(1-\dfrac{\partial c^1}{\partial \hat{w}_t}\right)}{\dfrac{(1+n)}{f''}-\dfrac{(1+n)T}{(1+r_{t+1})^2}\dfrac{\partial c^1}{\partial \hat{w}_t}[(1+r_{t+1})k_{t+1}+w_{t+1}]+\dfrac{\partial c^1}{\partial r_{t+1}}}<1 \quad [10]$$

en un entorno de aquél. Como es habitual, para poder comparar estados estacionarios, nos concentraremos en las situaciones en que existe un único equilibrio estacionario estable para cada valor de T y n. En el gráfico 1 se muestra un equilibrio de esta naturaleza en el punto A en que se cortan la frontera salario-beneficio y la curva $\psi(w_t, \bar{T}, \bar{n})$ asociada a valores dados de T y n. Los rendimientos de los factores en A son r_A y w_A, y como es conocido puede verificarse que r_A sea mayor o menor que la tasa especificada de crecimiento de la población[2].

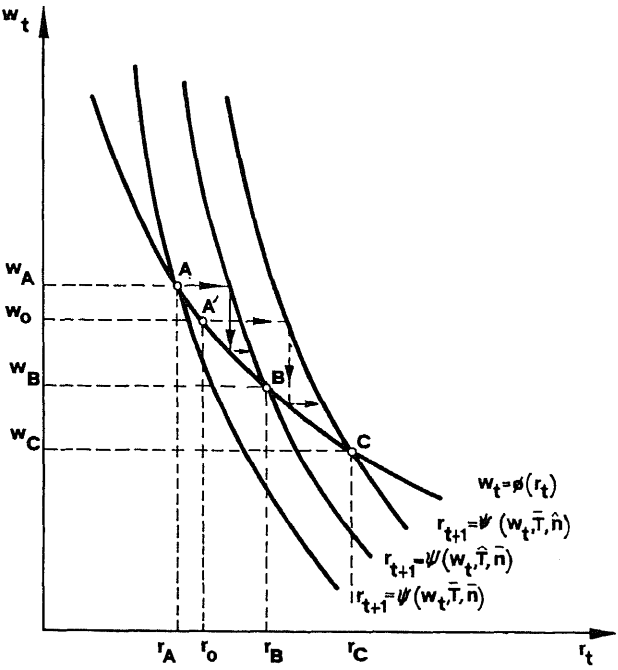

Gráfico 1

[2] Diamond (1965) ofrece una demostración en la situación sin Seguridad Social. Si ambas tasas son iguales, la economía estará en el estado de regla de oro en que se maximiza la utilidad estacionaria dada la tasa especificada de crecimiento de la población. Véase Diamond (1965) y Samuelson (1975a).

Podemos ahora analizar los efectos de variaciones en las cotizaciones de la Seguridad Social y en la tasa de crecimiento demográfico. Derivando parcialmente respecto al parámetro impositivo en [7] para w_t y n dados obtenemos:

$$\frac{\partial r_{t+1}}{\partial T} = \frac{-w_t\left(1 - \frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}_t}\right) - \frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}_t}\frac{(1+n)w_{t+1}}{(1+r_{t+1})}}{\frac{(1+n)}{f''} - \frac{(1+n)T}{(1+r_{t+1})^2}\frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}_t}[(1+r_{t+1})k_{t+1} + w_{t+1}] + \frac{\partial c^1}{\partial r_{t+1}}} > 0 \qquad [11]$$

El denominador de esta expresión es negativo por [8], de manera que la derivada [11] será positiva, con la consecuencia de que un aumento de los impuestos del sistema de reparto de $\bar{T}$ a $\hat{T}$ desplaza la curva $\psi(w_t, \bar{T}, \bar{n})$ hacia la derecha para cada w_t, a $\psi(w_t, \hat{T}, \bar{n})$. En términos del gráfico 1, la economía abandonaría el equilibrio estacionario A y se adentraría en la senda de equilibrios temporales señalada por flechas de trazo sólido, convergiendo hacia el nuevo estado estacionario B en que los precios factoriales son w_B y r_B. En cada período posterior al del aumento en T, el salario es menor, y la tasa de beneficio mayor, que antes del cambio.

Igualmente, tomando en [7] la derivada parcial respecto a la tasa de crecimiento demográfico:

$$\frac{\partial r_{t+1}}{\partial n} = \frac{(1-T)\left(1 - \frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}_t}\right)\frac{\partial w_t}{\partial n} - \frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}_t}\frac{T w_{t+1}}{(1+r_{t+1})} - k_{t+1}}{\frac{(1+n)}{f''} - \frac{(1+n)T}{(1+r_{t+1})^2}\frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}_t}[(1+r_{t+1})k_{t+1} + w_{t+1}] + \frac{\partial c^1}{\partial r_{t+1}}} > 0 \qquad [12]$$

donde aparece el término $\partial w_t/\partial n$, que refleja el impacto sobre la tasa de salario en el período en que varía la población. En efecto, si aumenta n en el período t, se incrementará la población activa. Dado que la disponibilidad de capital en ese momento, K_t, es fija y resultado de la acumulación efectuada con anterioridad, bajará la relación capital por trabajador $k_t = K_t/L_t$, elevando la tasa de beneficio r_t y deprimiendo la de salario w_t[3]. Por tanto, $\partial w_t/\partial n$ será negativa, de manera que el numerador negativo en [12] asegurará que esa derivada es positiva, lo que implica que un incremento en la tasa de crecimiento demográfico de $\bar{n}$ a $\hat{n}$ desplazará la curva $\psi(w_t, \bar{T}, \bar{n})$ hacia la derecha, a $\psi(w_t, \bar{T}, \bar{n})$ en el gráfico 1. En el período t en que aumenta n, la economía no estará ya en A, sino en A', con $w_0 < w_A$ y $r_0 > r_A$ como consecuencia de la escasez relativa de

[3] Formalmente tenemos que:

$$\frac{\partial r_t}{\partial n} = \frac{dr_t}{dk_t}\frac{\partial k_t}{\partial n} > 0 \quad ; \quad \frac{\partial w_t}{\partial n} = \frac{\partial w_t}{dk_t}\frac{\partial k_t}{\partial n} < 0$$

pues por [1], $dr_t/dk_t = f''(k_t) < 0$ y $dw_t/dk_t = -k_t f''(k_t) > 0$.

capital y abundancia relativa de trabajo, pudiendo observar mediante las flechas de trazo discontinuo la nueva trayectoria de la economía hacia el estado estacionario C en que los pagos factoriales son w_C y r_C. En cada período, incluido aquél en que aumenta la población activa, el salario es menor y la tasa de beneficio mayor[4].

2.2. *Seguridad Social de capitalización*

Supongamos ahora que el sistema de pensiones es de capitalización, de manera que los pagos impositivos no se distribuyen entre los jubilados sino que se acumulan en un fondo del que, a su vez, surgirán aquéllas. El fondo de capital de la Seguridad Social en el período $t + 1$, A_{t+1}, vendrá dado por las contribuciones de los individuos activos en el período t, Tw_tL_t, y las pensiones de ese año serán $p_{t+1}L_t = (1 + r_{t+1})A_{t+1} = (1 + r_{t+1})Tw_tL_t$, de forma que:

$$p_{t+1} = (1 + r_{t+1})\ Tw_t \qquad [13]$$

es decir, el pago impositivo más los rendimientos asociados al tipo de interés vigente en la vejez.

Puesto que el valor presente de las pensiones equivale a los impuestos, la restricción presupuestaria de ciclo vital se convierte en:

$$c_t^1 + \frac{c_{t+1}^2}{(1 + r_{t+1})} = w_t \qquad [14]$$

que coincide con la que habría sin el sistema de pensiones excepto en que debe añadirse la desigualdad $c_t^1 \leqslant (1 - T)w_t$. En ausencia de soluciones de esquina asociadas a elevados impuestos y/o una apasionada preferencia por el presente, la condición de tangencia [6] seguiría siendo vigente, y el ahorro privado sería $(1 - T)w_t - c^1(w_t, r_{t+1})$.

Teniendo en cuenta que el sector público dispone de un stock de capital por trabajador, $a_{t+1} = A_{t+1}/L_{t+1}$, tal que $(1 + n)a_{t+1} = Tw_t$, la condición de equilibrio vendrá dada por la igualdad del stock agregado de capital y la suma del ahorro de ciclo vital de los individuos y el capital institucional, $(1 + n)k_{t+1} = (1 - T)w_t - c_t^1 + (1 + n)a_{t+1}$, de manera que:

$$r_{t+1} = f'\left[\frac{w_t - c^1(w_t, r_{t+1})}{(1 + n)}\right] \qquad [15]$$

[4] Debe observarse que la proposición de que las tasas de beneficio (salario) aumentan (disminuyen) cuando aumentan T o n, no depende de que el punto de partida sea un equilibrio estacionario estable A en el gráfico 1. Nótese que tampoco depende de la convergencia hacia los nuevos equilibrios B o C, pues [11] y [12] no hacen uso alguno de la condición de estabilidad [10].

Así pues, en tanto que no existan soluciones de esquina, un sistema de capitalización reemplaza acumulación privada por capital de la Seguridad Social [Samuelson (1975b)]. La expresión [15] puede escribirse como $r_{t+1} = \psi(w_t, n)$, y la ecuación en diferencias $r_{t+1} = \psi[\phi(r_t), n]$ gobierna la trayectoria temporal de la economía. La condición de estabilidad (local) es [10] haciendo $T = 0$, y la contrapartida de [12] será positiva, indicando que un aumento de n da lugar a mayores tasas de beneficio y menores tasas de salario. Las curvas anteriores $\psi(w_t, \bar{T}, \bar{n})$ y $\psi(w_t, \bar{T}, \hat{n})$ en el gráfico 1, interpretadas para T nulo, ilustran los resultados.

3. Efectos a largo plazo

Podemos ahora analizar el efecto de cambios en los impuestos de la Seguridad Social de reparto y de variaciones en la tasa de crecimiento demográfico sobre la acumulación de capital, los rendimientos factoriales y el bienestar estacionarios. Para ello podemos eliminar los subíndices temporales de la tasa de beneficio en [9], para encontrar:

$$r = f'\left[\frac{(1 - T)\phi(r) - c^1\left(\phi(r) + \dfrac{(n - r)T\phi(r)}{(1 + r)}, r\right)}{(1 + n)}\right] \qquad [16]$$

o en forma explícita, $r = r(T, n)$, es decir, el lugar geométrico de las tasas de rendimiento del capital estacionarias asociadas a diferentes valores de los impuestos de un sistema de reparto y de la tasa de crecimiento de la población. Puesto que un sistema de capitalización es equivalente, bajo las hipótesis del modelo, al puro *laissez faire*, la expresión [16] con T nulo, $r = r(0, n)$, será la relevante para dicho sistema.

Para preguntarnos por los efectos de variaciones en los impuestos y en la tasa de crecimiento demográfico sobre el bienestar a largo plazo, debemos disponer de una función que relacione explícitamente la utilidad con esas variables. Teniendo en cuenta que los consumos vitales dependen de $\hat{w}$ y r, la función de utilidad estacionaria puede escribirse como $U = U(c^1, c^2) = U[c^1(\hat{w}, r), c^2(\hat{w}, r)] = G(\hat{w}, r)$, es decir, de forma indirecta en términos de la renta vital y el rendimiento sobre el capital. Sin embargo, como $\hat{w} = \phi(r) + (n - r)T\phi(r)/(1 + r)$ depende de r, T y n, y r a su vez lo hace de T y n por [16], obtenemos una nueva función de utilidad indirecta cuyos argumentos son T y n:

$$U = U(c^1, c^2) = U[c^1(\hat{w}, r), c^2(\hat{w}, r)] = G(\hat{w}, r) = V(T, n) \qquad [17]$$

que denota el máximo bienestar estacionario conseguible para valores dados de los impuestos de un sistema de reparto y de la tasa de crecimiento demográfico. De nuevo, $U = G(w, r) = V(0, n)$ será la contrapartida en un sistema de capitalización.

De cara a su uso posterior podemos obtener algunas propiedades de la función $G(\hat{w}, r)$. Mediante la condición de tangencia [6] hallamos que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial \hat{w}} &= (1 + r)\frac{\partial U}{\partial c^2}\left[\frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}} + \frac{1}{(1 + r)}\frac{\partial c^2}{\partial \hat{w}}\right] = (1 + r)\frac{\partial U}{\partial c^2} \\ \frac{\partial G}{\partial r} &= (1 + r)\frac{\partial U}{\partial c^2}\left[\frac{\partial c^1}{\partial r} + \frac{1}{(1 + r)}\frac{\partial c^2}{\partial r}\right] = \frac{c^2}{(1 + r)}\frac{\partial U}{\partial c^2} \end{aligned} \qquad [18]$$

donde las igualdades del lado derecho resultan de las derivadas parciales de la restricción presupuestaria respecto a $\hat{w}$ y r[5].

3.1. *Seguridad Social de reparto*

Tomando la derivada parcial respecto a T en [16] obtendremos el efecto, para n dada, de una modificación en los impuestos (y por ende en las pensiones del sistema de la Seguridad Social) sobre el rendimiento del capital de equilibrio a largo plazo:

$$\frac{\partial r}{\partial T} = \frac{-\phi(r)\left(1 - \frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}}\right) - \frac{(1+n)}{(1+r)}\frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}}\phi(r)}{\frac{(1+n)}{f''} + (1 - T)k\left(1 - \frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}}\right) - \frac{(1+n)T}{(1+r)^2}\frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}}[(1+r)k + \phi(r)] + \frac{\partial c^1}{\partial r}} > 0 \qquad [19]$$

El numerador de [19] es negativo por mera inspección. Su denominador es también negativo por la condición de estabilidad [10] evaluada en ese equilibrio. Por tanto, $\partial r/\partial T$ será positiva, indicando que un incremento en la tasa impositiva de la Seguridad Social, al deprimir la acumulación de capital de equilibrio a largo plazo, eleva su rendimiento. Ello asegura también que la situación representada en el gráfico 1, pasando del punto A al B, es la adecuada.

Usando [18], computando $\partial \hat{w}/\partial T$ y teniendo en cuenta que $(1 + n)k = (1 - T)w - c^1$ por la condición de equilibrio, obtenemos:

$$\frac{\partial V}{\partial T} = \frac{\partial U}{\partial c^2}[n - r(T, n)]\left[(1 - T)k\frac{\partial r}{\partial T} + \phi(r)\right] \qquad [20]$$

[5] A partir de la versión estacionaria de [5], $c^1 + c^2/(1 + r) = \hat{w}$, obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c^1}{\partial \hat{w}} + \frac{1}{(1 + r)}\frac{\partial c^2}{\partial \hat{w}} &= 1 \\ \frac{\partial c^1}{\partial r} + \frac{1}{(1 + r)}\frac{\partial c^2}{\partial r} &= \frac{c^2}{(1 + r)^2} \end{aligned}$$

Como la utilidad marginal y el segundo corchete son positivos, el signo de $\partial V/\partial T$ será el del término $[n - r(T, n)]$. Cuando el rendimiento del capital es superior (inferior) a la tasa de crecimiento demográfico, un pequeño aumento del tipo impositivo del sistema de reparto hará disminuir (aumentar) el bienestar estacionario. Este es el equivalente del resultado de Aaron (1966) deducido del presente modelo.

El gráfico 2 ilustra las proposiciones anteriores. En su parte (*a*) la situación es tal que a la tasa de crecimiento $\bar{n}$, el *laissez faire* genera un estado estacionario L en que $\bar{n} > r(0, \bar{n})$. Por [19], la función $r(T, \bar{n})$ será creciente en el tipo impositivo, y en general, existirá un T^* tal que $\bar{n} = r(T^*, \bar{n})$ en G, a partir del cual el rendimiento del capital excederá a $\bar{n}$. Así pues, $\partial V/\partial T$ evaluada en $(0, \bar{n})$ será positiva, nula en $(T^*, \bar{n})$ y negativa para T mayores que T^*, dando lugar a la curva $V(T, \bar{n})$ del gráfico 2(a) que presenta un máximo en G'. De esta manera, la máxima utilidad vital alcanzable en un estado estacionario dada $\bar{n}$ requiere la existencia de un sistema de reparto de impuesto T^*. Dicho en otras palabras, una Seguridad Social de reparto podría conseguir la regla de oro asociada a la tasa de crecimiento $\bar{n}$.

Por el contrario, en el gráfico 2(b) el equilibrio estacionario de *laissez faire* L es tal que a la tasa $\bar{n}$ se cumple que $r(0, \bar{n}) > \bar{n}$, y muestra que la introducción e incremento de la Seguridad Social de reparto aumenta progresivamente la divergencia $[r(\bar{T}, \bar{n}) - \bar{n}]$, alejando a la economía de la regla de oro. La derivada $\partial V/\partial T$ será negativa, tanto evaluada en L' como para $\bar{T}$ en P'[6].

La derivada parcial con respecto a n en [16] indicará el impacto, para T dado, de un cambio en el crecimiento de la fuerza de trabajo sobre la remuneración del capital de equilibrio estacionario:

$$-\frac{\partial r}{\partial n}=\frac{-\dfrac{\partial c^1}{\partial \hat{w}}\dfrac{T\phi(r)}{(1+r)}-k}{\dfrac{(1+n)}{f''}+(1-T)k\left(1-\dfrac{\partial c^1}{\partial \hat{w}}\right)-\dfrac{(1+n)T}{(1+r)^2}\dfrac{\partial c^1}{\partial \hat{w}}[(1+r)k+\phi(r)]+\dfrac{\partial c^1}{\partial r}}>0 \qquad [21]$$

donde tanto el numerador como el denominador son negativos. Así $\partial r/\partial n$ es positiva, revelando que un aumento de la tasa de crecimiento demográfico incrementará (disminuirá) la remuneración (disponibilidad) del capital a largo plazo. En el gráfico 1 la economía pasaría del punto A (en rigor A') al C.

[6] Si se da la circunstancia de que sin intervención pública se cumple en G que $r(0, \bar{n}) = \bar{n}$, entonces la economía estaría en la regla de oro, y $V(T, \bar{n})$ alcanzaría un máximo en G'. Cualquier Seguridad Social de reparto disminuiría el bienestar como muestran las curvas de trazos discontinuos en el gráfico 2(b). La única Seguridad Social óptima en este caso sería la de capitalización, bajo la que se acumulan unas reservas iguales al valor presente de las pensiones futuras.

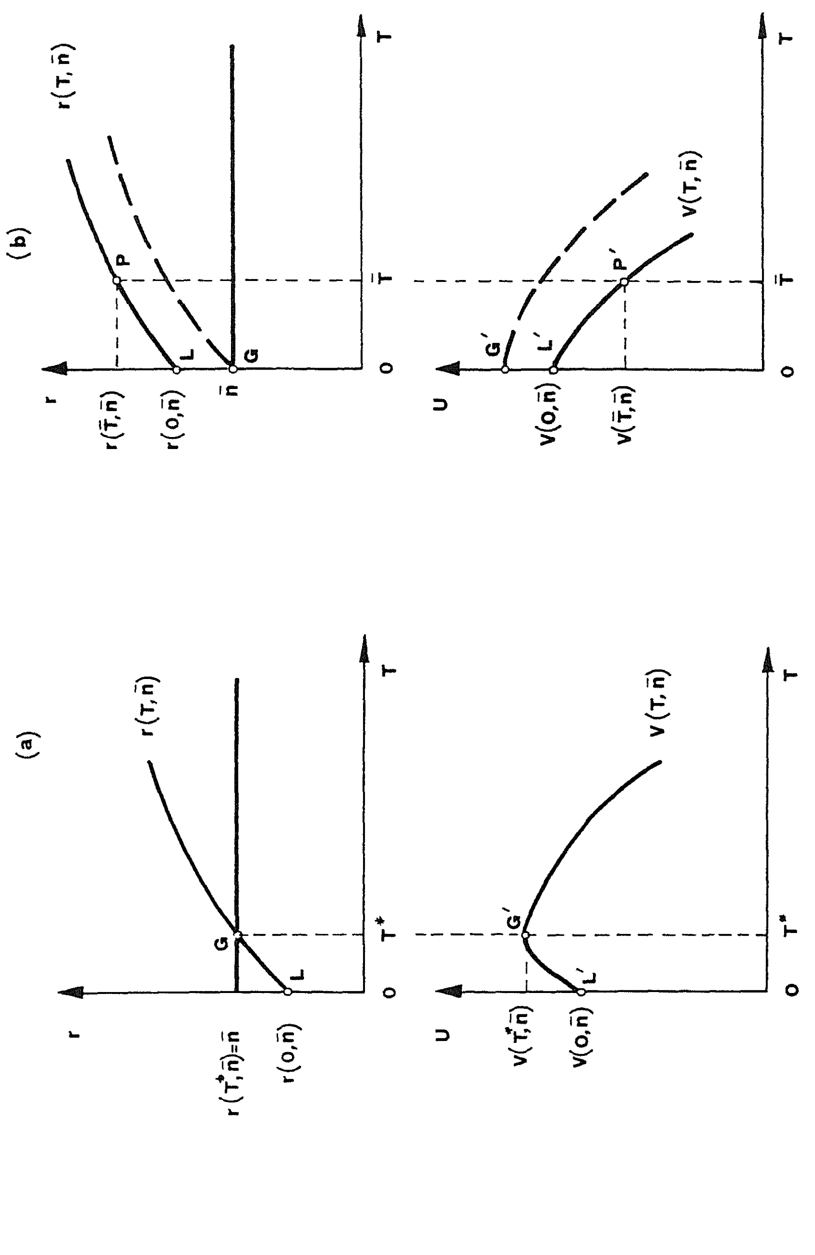

Gráfico 2

Por análogo camino al usado para obtener [20], hallaremos que:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{\partial U}{\partial c^2}\left[T\phi(r) + [n - r(T, n)]\,(1 - T)k\,\frac{\partial r}{\partial n}\right] \qquad [22]$$

cuyo signo no está exento de ambigüedad. En efecto, dado un tipo impositivo del sistema de reparto, si la tasa de crecimiento demográfico es superior a la de rendimiento del capital, un aumento de la primera aumentará el bienestar de equilibrio a largo plazo, pues todo el corchete en [22] será positivo. Sin embargo, si $r(T, n) > n$, el signo de $\partial V/\partial n$ no puede determinarse *a priori*. Como veremos a continuación, ésta es una importante diferencia respecto al sistema de capitalización o a la propia inexistencia de Seguridad Social.

3.2. *Seguridad Social de capitalización*

Dado que en el presente modelo un sistema de capitalización es equivalente a una situación de *laissez faire* [Samuelson (1975b)], podemos usar ambos como términos intercambiables. Tomando la función indirecta de utilidad $U = V(0, n)$ y evaluando la derivada [22] para $T = 0$ resulta:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{\partial U}{\partial c^2}\,[n - r(0, n)]k\,\frac{\partial r}{\partial n} \qquad [23]$$

y observamos que su signo es el mismo que el del corchete $[n - r(0, n)]$. De esta manera, dado un sistema de capitalización, si la tasa de crecimiento de la población es superior (inferior) a la de remuneración del capital, un ligero incremento de la primera elevará (disminuirá) el nivel de bienestar estacionario.

De hecho, podemos tener dos situaciones distintas en lo que se refiere a la relación entre la utilidad y la tasa de crecimiento demográfico en un sistema de capitalización, y esto a su vez se manifiesta en configuraciones diferentes para esa misma relación en presencia de un sistema de reparto. En el gráfico 3(a) se muestra el caso en que la remuneración del capital de *laissez faire* o con capitalización es *siempre mayor* que la tasa de crecimiento de la población sea cual fuere ésta, es decir, $r(0, n) > n$ para toda $n(n > -1)$[7]. Comparando economías estacionarias, un sistema de reparto haría aumentar r para cada n, y como por [21] r es creciente en n, obtendríamos las curvas $r(0, n)$ y $r(\bar{T}, n)$ de la

[7] Por ejemplo, si tomamos una economía en que tanto la función de producción $y = Ak^{\alpha}$ como la de utilidad $U = \delta \log c^1 + (1 - \delta) \log c^2$ son del tipo Cobb-Douglas, la tasa de beneficio estacionaria de *laissez faire* viene dada por $r = \alpha(1 + n)/(1 - \alpha)(1 - \delta)$, una ecuación lineal en n (véase Diamond (1965)). La igualdad entre r y n, requiere que $n = \alpha/[(1 - \alpha)(1 - \delta) - \alpha]$. Por tanto, si $(1 - \alpha)(1 - \delta) < \alpha$, esa igualdad tendrá lugar para $n < -1$, de lo que se sigue que para $n > -1$, el rendimiento del capital de *laissez-faire* será siempre superior a la tasa de crecimiento de la población.

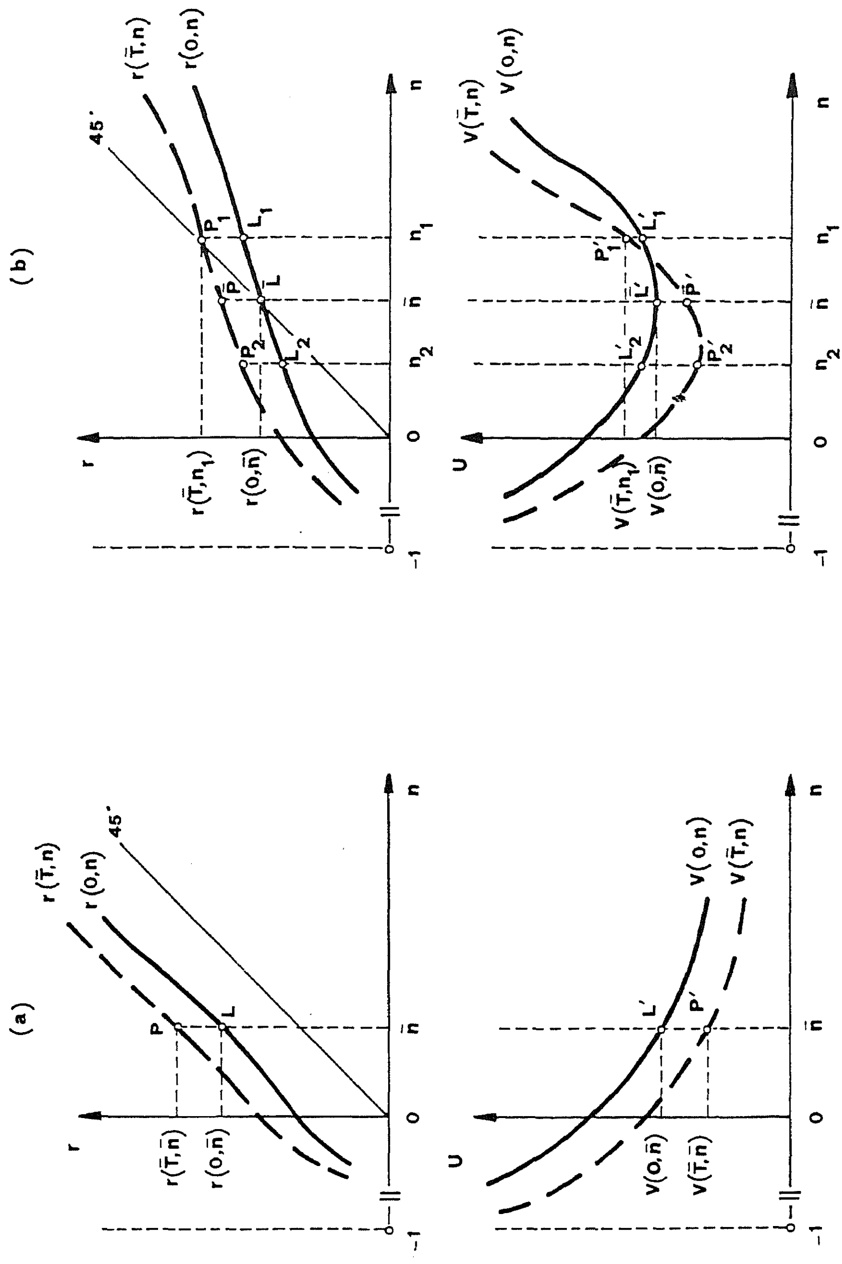

Gráfico 3

parte superior del diagrama, pasando de L a P para la tasa de crecimiento $\bar{n}$. Igualmente, como $r(0, n)$ es mayor que n, [23] indica que la curva $V(0, n)$ será decreciente en n, y por [20] un sistema de reparto deprimiría el bienestar para toda n. La economía pasaría de L' a P' para la tasa $\bar{n}$. En este caso, cuanto mayor fuera el crecimiento demográfico, *menor* sería el bienestar estacionario con un sistema de capitalización, bienestar que sería incluso *menor* en presencia de un sistema de reparto.

La curva $r(0, n)$ del gráfico 3(*b*) representa una situación completamente distinta, en el sentido de que según cuál sea la tasa de crecimiento demográfico, el rendimiento del capital con un sistema de capitalización puede ser mayor (L_2) o menor (L_1) que aquélla[8]. En particular, existe cierta tasa $\bar{n}$ tal que ambas son iguales, es decir, $r(0, \bar{n}) = \bar{n}$ en $\bar{L}$, denotando que si $\bar{n}$ fuera la tasa de crecimiento de la población, el equilibrio de *laissez faire* o una Seguridad Social de capitalización podrían conseguir el máximo bienestar estacionario asociado a $\bar{n}$. La curva en forma de U con un mínimo en $\bar{L}'$ de la parte inferior representa a $V(0, n)$, la utilidad en un sistema de capitalización, y su forma se sigue de [23]. Para toda n menor (mayor) que $\bar{n}$ se cumple que $r(0, n)$ es mayor (menor) que n, de forma que esa curva será decreciente en L'_2 y creciente en L'_1[9]. En este caso, las disminuciones en la tasa crecimiento demográfico en presencia de un sistema de capitalización podrían tanto *elevar* como *deprimir* el bienestar estacionario, dependiendo de si la situación inicial está a la izquierda o a la derecha del punto $\bar{L}'$.

Un sistema de reparto de tipo impositivo $\bar{T}$ dará lugar a las curvas $r(\bar{T}, n)$ y $V(\bar{T}, n)$ en el gráfico 3(b). Para la tasa de crecimiento n_2 se cumplirá en P_2 que $r(\bar{T}, n_2) > r(0, n_2)$, de manera que la economía se aleja de la regla de oro asociada a $\bar{n}_2$, y $V(0, n_2) > V(\bar{T}, n_2)$ en P'_2. El mismo razonamiento es aplicable a $\bar{n}$. Por lo que respecta a n_1, se cumple en P_1 que $n_1 = r(\bar{T}, n_1) >$

[8] En términos de la nota anterior, si $(1 - \alpha)(1 - \delta) < \alpha$, se cumplirá que $r = n = \alpha/[(1 - \alpha)(1 - \delta) - \alpha] > 0$, y por tanto para algunas tasas de crecimiento, el tipo de rendimiento del capital *sin* Seguridad Social será mayor que esa tasa, mientras que para otras será menor. *Con* el sistema de pensiones la tasa de beneficio estacionaria viene implícitamente dada por:

$$r = \frac{\alpha(1 + n)}{(1 - \alpha)\left[(1 - T)(1 - \delta) - \dfrac{\delta(1 + n)T}{(1 + r)}\right]}$$

Manipulando para escribir n como función $n = n(r, T)$ puede demostrarse que para $T > 0$ se verifica que $\partial n/\partial r > 0$ y $\partial^2 n/\partial r^2 < 0$, de manera que $r = r(T, n)$ será creciente y convexa en n (cuando $T = 0$, r es lineal en n). Además para un impuesto T determinado, existe un solo valor de la tasa de crecimiento demográfico tal que r es igual a n, y viene dado por $n = \alpha/[(1 - \alpha)(1 - \delta - T) - \alpha]$.

[9] En realidad, no parecen existir razones que excluyan la posibilidad de que en general la curva $r(0, n)$ y la línea de 45° se corten por ejemplo dos veces en el gráfico 3(b), aunque ello no es posible en el doble caso Cobb-Douglas. En esa situación la curva $V(0, n)$ tendría un mínimo y un máximo. Sin embargo, esto no añade nada a la discusión de las propiedades de dinámica comparativa ilustradas en el diagrama.

$r(0, n_1)$, revelando que una Seguridad Social de reparto de tipo impositivo $\bar{T}$ consigue en P'_1 el máximo bienestar posible dada la tasa n_1, $V(\bar{T}, n_1)$, y por tanto, mayor que $V(0, n_1)$. Nótese que como se igualan ambas tasas, la derivada $\partial V/\partial n$ evaluada en $\bar{T}$ y n_1 es positiva por [22]. Para tasas de crecimiento superiores a n_1, $V(\bar{T}, n)$ también pasará por encima de $V(0, n)$, pues el sistema de reparto dado por $\bar{T}$ acerca la economía a los respectivos estados de regla de oro asociados a aquéllas. Como muestra el gráfico 3(b), las disminuciones de la tasa de crecimiento demográfico, incluso para un tipo impositivo *dado* de un sistema de reparto, pueden dar lugar tanto a aumentos como a disminuciones del nivel de bienestar estacionario[10].

4. Comentarios finales

El sencillo modelo anterior sugiere que, tanto con un sistema de reparto como con uno de capitalización, no pueden obtenerse conclusiones claras acerca de la interacción entre la Seguridad Social y el crecimiento de la población. En particular, dado un sistema de reparto, si la tasa de crecimiento de la población excede a la rentabilidad del capital, un ligero aumento de aquélla elevaría el bienestar estacionario. Sin embargo, en la situación contraria entre las tasas implicadas, una disminución en la tasa de crecimiento demográfico podría tanto mejorar como empeorar la utilidad estacionaria[11].

[10] Debe observarse que aunque los ejes de las curvas en forma de U del gráfico 3(b) son los mismos que los de la curva, también en forma de U, discutida por Deardorff (1976) y Samuelson (1976), el significado de las funciones subyacentes es muy diferente. Esta última, $U = W(n)$, refleja la relación entre la utilidad estacionaria y la tasa de crecimiento de la población, siempre que la economía se halle en estados de regla de oro. En términos de [16], las diversas reglas de oro serán tales que $n = r(T, n)$, lo que puede interpretarse como el resultado de la determinación *óptima* del tipo impositivo T (positivo, negativo o nulo) para un valor dado de n, es decir, $T^* = T^*(n)$. Por tanto, usando [17]:

$$U = V[T^*(n), n] = W(n)$$

lo que genera una función que hace depender la utilidad estacionaria sólo de la tasa de crecimiento de la población. Ello implica que r es *siempre* igual a n, lo que como puede verificarse, no es la situación del gráfico 3. Es más, la curva $U = W(n)$ en forma de U es el resultado de los supuestos Cobb-Douglas en las funciones de producción y utilidad (Deardorff (1976)), mientras que las funciones $U = V(T, n)$ dibujadas en el gráfico 3(b) no están restringidas a esos supuestos. Sin embargo, los puntos $\bar{L}'$ en la curva $V(0, n)$ y P'_1 en la curva $V(\bar{T}, n)$ en ese diagrama pertenecerán a la curva $W(n)$, puesto que $r(0, \bar{n}) = \bar{n}$ en $\bar{L}$ y $r(\bar{T}, n_1) = n_1$ en P_1. En realidad, la curva $W(n)$ constituye la envolvente de las curvas $V(T, n)$.

[11] Incluso si ambas tasas fueran iguales, [22] muestra que un ligero incremento en n elevaría el bienestar de equilibrio estacionario. Como se indicó en la nota anterior, el intercambio Samuelson (1975a) (1976)-Deardorff (1976) también se centró en las propiedades derivadas de estados de regla de oro en que $r = n$. En otras palabras, esto comporta que Samuelson daba implícitamente por sentado que el diseño de la Seguridad Social sería siempre el «óptimo» en el sentido de que garantizaría la igualdad entre las anteriores tasas a lo largo de las líneas de 45° del gráfico 3. Sin embargo, la

Para finalizar, la discusión de los resultados no debe hacer olvidar las fuertes idealizaciones en que están basados. Así, las conclusiones se refieren a la dinámica comparativa, sin considerar las sendas temporales de ajuste entre equilibrios estacionarios, y la estructura de la población supuesta ha sido la más sencilla posible. El análisis de esas trayectorias, así como de procesos más complejos de evolución demográfica, requiere de modelos de simulación del tipo de los usados por Auerbach y Kotlikoff (1987). Igualmente, existen formas alternativas de, en palabras de Musgrave (1981), explicitar el contrato intergeneracional implícito a que equivale un sistema de reparto. En cualquier caso, el modelo proporciona algunas ideas, siquiera tentativas, que pueden ser relevantes cuando el horizonte se coloca en el largo plazo.

Referencias

Aaron, H. J. (1966): «The Social Insurance Paradox», *Canadian Journal of Economics and Political Science*, vol. 32, págs. 371-374.

Auerbach, A. J., y Kotlikoff, L. J.: *Dynamic Fiscal Policy*, Cambridge University Press.

Burbidge, J. B. (1983): «Social Security and Savings Plans in Overlapping-Generations Models», *Journal of Public Economics*, vol. 21, págs. 79-92.

Deardorff, A. V. (1976): «The Optimum Growth Rate for Population: Comment», *International Economic Review*, vol. 17, págs. 510-515.

Diamond, P. A. (1965): «National Debt in a Neoclassical Growth Model», *American Economic Review*, vol. 55 págs. 1126-1150.

Diamond, P. A. (1970): «Incidence of an Interest Income Tax», *Journal of Economic Theory*, vol. 2, págs. 211-224.

Feldstein, M. S. (1985): «The Optimal Level of Social Security Benefits», *Quarterly Journal of Economics*, vol. 100, págs. 303-320.

Feldstein, M. S. (1987): «Should Social Security Benefits Be Means Tested?», *Journal of Political Economy*, vol. 95, págs. 468-484.

Gigliotti, G. A. (1983): «Total Utility, Overlapping Generations and Optimal Population», *Review of Economic Studies*, vol. 50, págs. 71-86.

Gigliotti, G. A. (1984): «Total Utility, Overlapping Generations and Social Security», *Economics Letters*, vol. 15, págs. 169-173.

Herce San Miguel, J. A. (1986): «Presupuesto de Seguridad Social y oferta de factores en una economía de generaciones sucesivas», *Investigaciones Económicas* (2.ª época), vol. 10, pág. 37-64.

Hu, S. C. (1979): «Social Security, the Supply of Labor, and Capital Accumulation», *American Economic Review*, vol. 69, págs. 274-283.

Kotlikoff, L. J. (1979): «Social Security and Equilibrium Capital Intensity», *Quarterly Journal of Economics*, vol. 93, págs. 233-253.

López García, M. A. (1986a): «Sobre los efectos de diferentes sistemas de pensiones de la Seguridad Social», *Revista Española de Economía*, (2.ª época), vol. 3, págs. 69-94.

López García, M. A. (1986b): «Pensiones de la Seguridad Social y bienestar: Un análisis de los períodos transitorios», *Investigaciones Económicas* (2.ª época), vol. 10, págs. 65-95.

Seguridad Social «óptima» será de reparto sólo en algunos casos, mientras que en otros requerirá de otros sistemas (véase Samuelson (1975b) y López García (1986a)). Así en el gráfico 3(b), si el *laissez faire* es el punto $L_2(\bar{L})$ sería imposible conseguir que $r = n$ para $n_2(\bar{n})$ con un sistema de reparto.

Merton, R. C. (1983): «On the Role of Social Security as a Means for Efficient Risk Sharing in an Economy where Human Capital is not Tradeable», en Z. Bodie and J. B. Shoven (eds.), *Financial Aspects of the United States Pension System*, The University of Chicago Press, págs. 325-358.

Musgrave, R. A. (1981): «A Reappraisal of Financing Social Security», en F. Skidmore (ed.), *Social Security Financing*, M.I.T. Press, págs 89-127.

Samuelson, P. A.: (1958): «An Exact Consumption-Loan Model of Interest with of without the Social Contrivance of Money», *Journal of Political Economy*, vol. 66, págs. 467-482.

Samuelson, P. A. (1975a): «The Optimum Growth Rate for Population», *International Economic Review*, vol. 16, págs. 531-538.

Samuelson, P. A. (1975b): «Optimum Social Security in a Life-Cycle Growth Model», *International Economic Review*, vol. 16, págs. 539-544.

Samuelson, P. A. (1976): «The Optimum Growth Rate for Population: Agreement and Evaluations», *International Economic Review*, vol. 17, págs. 516-525.

Smith, A. (1982): «Intergenerational Transfers as Social Insurance», *Journal of Public Economics*, vol. 19, págs. 97-106.

Abstract

This paper discusses some aspects of the interaction between social security and population growth in the framework of an overlapping generations model with endogenous production. Pay-as-you-go and fully-funded systems are analysed, and it is argued that no clear conclusions can be drawn about the effects of changes in the demographic growth rate on steady-state welfare.

Recepción del original, enero, 1988
Versión final, junio, 1988