Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XIII, n.º 3 (1989), págs. 453-463

EL MODELO MULTIATRIBUTO DE UTILIDAD ESPERADA CON RELACIONES DE SUSTITUCION CONSTANTES*

José María GARCIA ALVAREZ-COQUE y Luis Miguel RIVERA VILAS
Universidad Politécnica de Valencia

En este trabajo se propone un modelo de decisión multiatributo en contexto de riesgo, basado en el paradigma de la utilidad esperada subjetiva. Se muestra como la adopción de ciertas hipótesis —independencia preferencial, relaciones de sustitución constantes entre atributos y aversión absoluta al riesto constante— puede simplificar notablemente, desde el punto de vista operativo, la especificación de la función de utilidad multiatributo, dando como resultado un modelo de decisión fácilmente resoluble, coherente con la axiomática de la teoría de la elección racional y consistente con el compromiso necesario entre la operatividad y el realismo de los supuestos.

1. Introducción

En el presente trabajo se propone un modelo multiatributo de decisión, sumamente operativo y axiomatizado, basado en el paradigma de la maximización de la utilidad esperada subjetiva (paradigma UES) del centro decisor. Este enfoque, revisado por Schoemaker (1982) y por Anderson, Dillon y Hardaker (1986) presenta, además de un gran rigor axiomático en su construcción, las siguientes características adicionales. En primer lugar permite incorporar esquemas de preferencias no neutrales al riesgo en el agente decisor es decir, actitudes decisionales dependientes del riesgo. En segundo lugar, es consistente con axiomas de elección racional ampliamente aceptados (Anderson, Dillon y Hardaker, 1977).

En tercer lugar, por último, admite la posibilidad de reflejar las preferencias de un decisor en el supuesto de que aquellas sean expresables mediante una función de utilidad dependiente de varios atributos. Este último aspecto está adquiriendo cada vez más relevancia en el mundo real, donde los agentes de decisión, tanto públicos como privados, suelen tener la responsabilidad de asignar recursos escasos para determinar la combinación de atributos óptima. Por añadidura, en la gran mayoría de las ocasiones, las consecuencias de la decisión se revelan inciertas, para alguno, varios o la totalidad de los atributos, merced a la aparición de elementos de incertidumbre.

La obtención específica de una función de utilidad constituye un problema sumamente complejo que ha creado controversia en cuanto al grado de ope-

* Los autores agradecen los comentarios de un evaluador anónimo que mejoraron notablemente la versión final del trabajo.

ratividad en la práctica (véase a este respecto, Vincke (1986)). Para paliar lo precedente, los investigadores han centrado su esfuerzo en reducir el problema inicial de obtener una función de utilidad multiatributo (para lo que existen naturalmente métodos específicos) a otro consistente en obtener funciones monoatributo, debiendo recurrir para ello a ciertas hipótesis relativas al nivel de independencia de los atributos. En este sentido autores como Keeney (1971) y Keeney y Raiffa (1976), han desarrollado procedimientos teóricos basados en la hipótesis de la independencia preferencial, que será analizada posteriormente, y que han logrado una cierta popularidad. A pesar de ello, la obtención de la función de utilidad basada en esta hipótesis se ha revelado compleja de estimar, como han mostrado empíricamente Yassour y Rausser (1981), y con escaso poder predictivo en el análisis positivo, como han constatado también empíricamente Herath, Hardaker y Anderson (1982).

Por otra parte, hasta el momento no se han elaborado modelos que incorporen la hipótesis de relaciones de sustitución constantes entre atributos en el esquema de preferencias del agente decisor. Precisamente el objetivo de este trabajo es proponer un modelo normativo y su axiomática, basado en la anterior hipótesis que, como se verá, simplifica notablemente el análisis operacional, sin que, por otra parte, y como más adelante defenderemos, resulte ser un supuesto excesivamente restrictivo. En cualquier caso, nuestra intención no es establecer aquí la veracidad empírica de la hipótesis de la relación de sustitución constante, sino la de aportar un modelo que sea operativo en los casos en que el comportamiento del decisor pueda ser coherente con dicha hipótesis. Finalmente, el modelo se aplicará a algunas formas funcionales posibles para estudiar su grado de operatividad práctica.

2. El modelo UES de decisión en contexto de múltiples atributos

Supondremos que puede obtenerse una función de utilidad U dependiente de un vector de atributos o características: $y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$. Por otro lado, el decisor se encuentra con que el nivel de cada atributo y_i ($i = 1, 1, ..., n$) es, a su vez, función de un vector $x = \{x_1, ... x_m\}$ de niveles de actividad asociados a una determinada decisión. Con ello, la función de utilidad podría ser expresada de la siguiente manera:

$$U = U\left[y_1(x), y_2(x), ..., y_n(x)\right] \qquad [1]$$

Adicionalmente, supondremos que el vector y es una variable aleatoria n-dimensional. En el caso de distribuciones de probabilidad discretas, el vector y puede ser evaluado en cada uno de los «s» posibles estados con probabilidad subjetiva p_k ($k = 1, 2, ..., s$), asociada al k-éximo estado.

El problema del decisor consiste en seleccionar aquel vector x que, sujeto a un conjunto de restricciones, maximice la utilidad esperada subjetiva. Así, el problema de elección puede ser expresado entonces de la siguiente manera:

$$\text{Maximizar} \sum_{K=1}^{K=S} p^k U\left[y_1^k(x), y_2^k(x), ..., y_n^k(x)\right] \qquad [2]$$

sujeto a:

$$x \in X$$

donde $y^k(x) = y_1^k(x), y_2^k(x), \ldots, y_n^k(x)$ indica el nivel alcanzado en cada atributo para cada k-ésimo estando cuando el vector de decisión es x, y X representa el conjunto alcanzable.

En el caso de que la distribución del vector n-dimensional de atributos sea continua y con función de distribución:

$$F\,[y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)] \qquad [3]$$

el criterio de decisión consiste en:

$$\text{Maximizar} \int\int \cdots \int U\,[y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)]\, dF\,[y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)] \qquad [4]$$

sujeto a:

$$x \in X$$

El problema planteado requiere, inicialmente, resolver la cuestión primordial de especificar la función de utilidad n-dimensional. Como ya indicamos en la introducción, Keeney (1971) adelantó la hipótesis de que la evaluación de funciones de utilidad multiatributo podría ser simplificada si se asumen o prevalecen, relaciones de independencia preferencial entre los diversos atributos. Examinemos brevemente la citada relación de independencia preferencial.

Se dice que el atributo y_j es preferencialmente independiente de otro atributo y_j si la ordenación de preferencias correspondientes a y_i no depende del valor de y_i. Si y_j es preferencialmente independiente de y_n y viceversa, se dice que ambos atributos son mutuamente independientes. En tal caso, Keeney y Raiffa (1976) han demostrado que la función de utilidad multiatributo puede ser especificada de manera multiplicativa:

$$U(y_1(x), y_2^{\bullet}(x), \ldots, y_n(x)) = \prod_{i=1}^{i=n} [1 + k_i\, U_i(y_i)] \qquad [5]$$

con lo que $U(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ queda expresada en función de las utilidades unidimensionales $U_1(y_1)$ y $U_2(y_2), \ldots, U_n(y_n)$, siendo k_1 y $k_2, \ldots, k_n$, constantes escalares $(k_i \geq 0)$. Un caso particular de esta hipótesis resultaría de aceptar la restricción de independencia aditiva que implicaría una relación del tipo:

$$U(y_1(x), y_2(x), \ldots, y_n(x)) = \sum_{i=\pi}^{i=\pi} K_i\, U_i(y_i) \qquad [6]$$

La mayor ventaja de estos enfoques es la de facilitar la evaluación de la función de utilidad n-atributo al reducir la dimensionalidad del problema a la evaluación de funciones unidimensionales o mono-atributo. No obstante, un cierto grado de complejidad permanece aún inherente en el problema. Así, tal estimación requiere evaluar, tanto cada una de las funciones unidimensionales $U_i(y_i)$, así como todas las constantes $k_1, k_2, \ldots, k_n$. Por otra parte, el elevado número de parámetros complica el análisis de sensibilidad de las soluciones del modelo respecto a cambios en los supuestos de comportamiento del decisor. La complejidad extra del modelo de Keeney parece ser además una fuente no despreciable de imprecisión en el análisis predictivo, tal como lo revela el trabajo empírico de Herath *et al.* (1982).

Cabe pues plantear procedimientos teóricos que, sin estar basados en supuestos muy restrictivos, simplifiquen el análisis multiatributo y lo hagan operativo sin perder la axiomática del paradigma UES.

En este sentido, en el siguiente apartado introducimos las relaciones de sustitución constante entre atributos que van a conducir al modelo de decisión que, cumpliendo las condiciones anteriores, aquí proponemos.

3. El modelo UES'con relaciones de sustitución constantes entre atributos

Se dice que existe una relación de sustitución constante entre dos atributos y_i e y_j si siempre se necesitan los mismos incrementos de y_i para compensar una disminución constante del nivel de y_j; o, en otros términos, si la relación de sustitución de y_i por y_j (RS_{ij}) es constante. A nuestro parecer, en la práctica, este supuesto no es muy restrictivo aunque la teoría neoclásica de la elección haya estado basada en la convexidad *estricta* de las curvas de indiferencia. Así, la relación de sustitución entre atributos para un centro decisor puede permanecer sin cambio alguno, dentro de un cierto intervalo de valores alcanzados por ambos atributos (véase Walsh, 1974). Por ejemplo, un político podría valorar las consecuencias sobre el bienestar social derivadas de una intervención, asumiendo una distinta ponderación de los distintos grupos implicados (productores, consumidores, contribuyentes), pero manteniendo los pesos constantes en el espacio relevante de consecuencias asociadas a la intervención.

Lo anterior equivale a la aceptación del supuesto de convexidad *débil* de las curvas de indiferencia. El carácter de convexidad estricta conferido por la teoría neoclásica garantizaba la unicidad de la solución ante el problema de la elección. Sin embargo, para la «teoría moderna» (Debreu, 1973) esto no es necesario. Si bien desde el punto de vista predictivo la cuestión de la unicidad de soluciones puede ser relevante, en cambio desde el punto de vista normativo, el problema no es muy importante: por definición, un óptimo global es tan bueno para el decisor como cualquier otro óptimo global, y no importa en principio el número de óptimos globales.

Aunque a lo largo de esta sección asumimos la constancia de la relación de sustitución entre cada dos atributos en el espacio de consecuencias relevante, ello no es óbice para que el analista pueda someter sus resultados a análisis de sensibilidad, variando convenientemente el nivel de dicha relación, o que

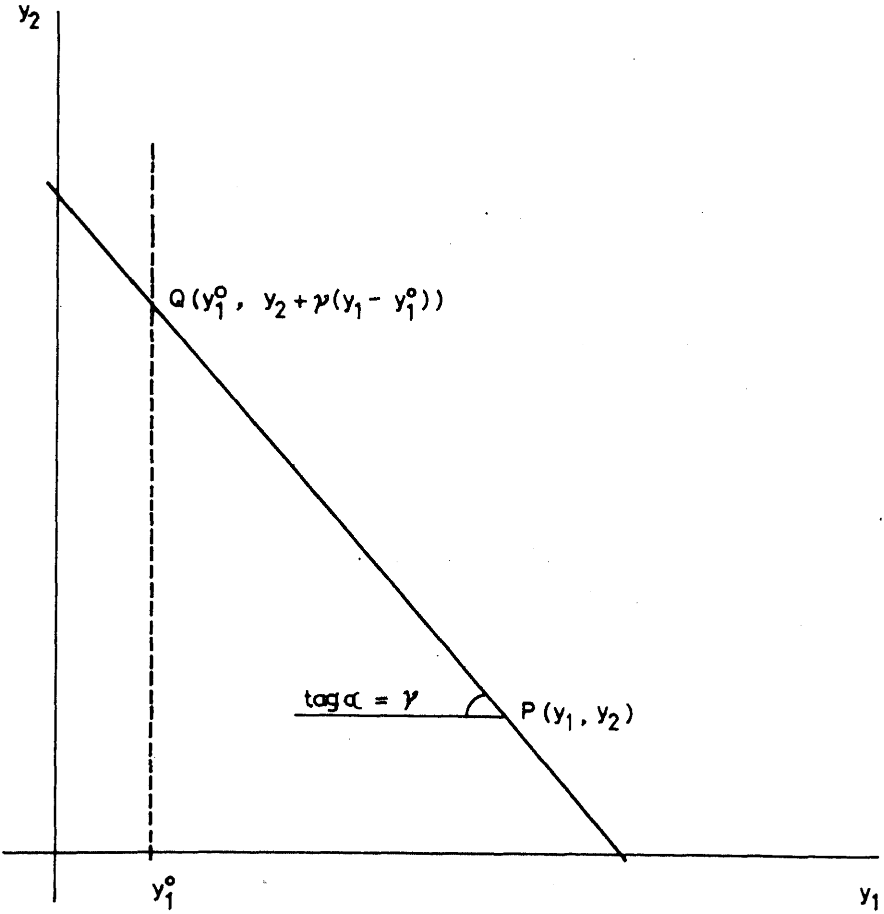

Gráfico 1
Curva de indiferencia con RS constante

incluso pueda definir una hipersuperficie de soluciones eficientes o no dominadas, dejando entonces la selección del nivel de RS_{ij} a elección del centro decisor.

Así pues, para examinar las implicaciones de las relaciones de sustitución constantes en el análisis multi-atributo, vamos a considerar, en beneficio del lector, una función de utilidad con sólo dos atributos (y_1, y_2), siendo la siguiente exposición fácilmente generalizable el análisis n-atributo. Asumiendo una relación de sustitución de y_1 por y_2 igual a $RS12 = -dy2/dy1 = \gamma = \text{constante}$, obtenemos un mapa de indiferencia rectilíneo.

Pues bien, siendo y_1^0 un determinado nivel del primer atributo tomado como referencia, asumiendo una relación de sustitución constante, y a partir de la geometría de las curvas de indiferencia (véase gráfico 1), puede comprenderse la indiferencia entre cualquier punto P del espacio de atributos, dado por sus coordenadas (y_1, y_2), y un punto Q, dado por las coordenadas $(y_1^0, y_2 + \gamma(y_1 - y_1^0))$:

$$U(y_1, y_2) = U(y_1^0, Z(y_1^0, y_1, y_2, \gamma)) \quad [7]$$
$$\text{donde } Z = y_2 + \gamma(y_1 - y_1^0)$$

Como puede verse, la bi-dimensionalidad de la función de utilidad, fijado y_1^0, ha sido reducida en un grado. Sin embargo, la función [7] es todavía demasiado general para ser estimada puesto que la regla de ordenación puede depender del valor y_1^0 que hayamos tomado como referencia. Para evitar esta dependencia, es necesario que la función de utilidad cumpla las hipótesis de independencia preferencial y de aversión al riesgo constante.

En efecto, si se cumple la independencia preferencial es posible aplicar la transformación de Keeney a [7]:

$$U(y_1, y_2) = 1 + k_1 U_1(y_1^0) +$$
$$+ (1 + k_1 U_1(y_1^0)) k_2 U_2 (Z(y_1^0, y_1, y_2, \gamma)) \quad [8]$$

Así pues, la función de utilidad U puede escribirse como una transformación lineal positiva de la función U_2 evaluada en Z. Luego, de acuerdo con los supuestos de cardinalidad implícitos en la teoría del riesgo, las relaciones [7] y [8] reflejan la misma ordenación de preferencias. La función bi-atributo ha quedado, pues, reducida a una sola función mono-atributo, evaluada en Z.

Sin embargo, U_2 sigue dependiendo de y_1^0, a través de Z. Como $Z = y_2 + \gamma(y_1 - y_1^0)$, la necesidad de mantener la independencia de la regla de ordenación respecto a y_1^0, obliga a tener que asumir la constancia del coeficiente de aversión absoluta al riesgo, entendido como $r = -U_2''/U_2'$. Así, la ordenación de preferencias implícita en U_2 se mantiene constante al variar el parámetro $-\gamma y_1^0$ que se suma al término variable $y_2 + \gamma y_1$.

El supuesto de aversión absoluta al riesgo constante puede aceptarse en situaciones en las que el riesgo sea relativamente reducido en comparación a la riqueza del agente decisor (Lambert y McCarl, 1985). Por otra parte, se adaptan bien a este supuesto la función de utilidad negativo exponencial y la de media-varianza (Markowitz, 1959), asumiendo, en este último caso, que los atributos en cuestión se distribuyen aproximadamente en forma normal (Tobín, 1969).

En definitiva, el modelo de decisión propuesto, dentro del paradigma UES y asumiendo: relaciones de sustitución constante, independencia preferencial y coeficiente de aversión absoluta al riesgo constante, puede expresarse, para un valor de γ dado, en la forma:

$$\max E\, U_2(Z(x, \gamma)) \quad [9]$$

sujeto a: $x \in X$

donde: $Z = y_2(x) + \gamma y_1(x)$ habiéndose prescindido del término $-\gamma y_1^0$ merced el supuesto de aversión absoluta al riesgo constante.

Adicionalmente, los resultados del modelo pueden ser sometidos a análisis de sensibilidad sin más que cambiar la relación de sustitución γ entre atributos.

Finalmente, bajo la hipótesis de relaciones de sustitución constantes, puede demostrarse la existencia de una relación lineal entre los coeficientes de aversión absoluta al riesgo de los distintos atributos, lo cual facilita la estimación de los parámetros e incluso aporta una forma de contrastación de la coherencia teórica del modelo. En efecto, la constancia de la $RS_{1,2}$ implica:

$$-\frac{\partial U}{\partial y_2}\frac{\partial^2 U}{\partial y_1^2}-\frac{\partial U}{\partial y_1}\frac{\partial^2 U}{\partial y_1\,\partial y_2}=0 \qquad [10]$$

Dividiendo por $\partial U/\partial y_1$ y $\partial U/\partial y_2$, y reordenando:

$$-\frac{\partial^2 U/\partial y_1^2}{\partial U/\partial y_1}=\frac{\partial^2 U/\partial y_1\,\partial y_2}{\partial U/\partial y_2} \qquad [11]$$

Ahora bien, $\partial^2 U/\partial y_1\,\partial y_2 = -\gamma\,(\partial^2 U/\partial y_2^2)$, con lo que sustituyendo en la expresión anterior, y teniendo en cuenta la definición de los coeficientes de aversión absoluta al riesgo «r_i» (Pratt, 1964):

$$r_i=-\frac{\partial^2 U/\partial y_i^2}{\partial U/\partial y_i} \quad i=1,\,2 \qquad [12]$$

obtenemos, finalmente la relación:

$$r_1=\gamma r_2 \qquad [13]$$

con lo que la $RS_{1,2}$ puede ser estimada indirectamente como el ratio de coeficientes de aversión absoluta al riesgo. Por su parte, una revisión de métodos de estimación del coeficiente de aversión al riesgo, con especial referencia al ámbito agrario, puede encontrarse en Rivera y Olmeda (1985).

4. Una ilustración normativa

A continuación, veamos cómo un problema de optimización UES puede ganar operatividad, sin perder su axiomatización, bajo los supuestos de: tasa de sustitución constante, independencia preferencial y coeficiente de aversión absoluta al riesgo constante.

Así, en el caso n-dimensional, el método propuesto conduciría al planteamiento del siguiente modelo de decisión:

Max. $E\,U_m\,(Z_m\,(x,\,\gamma))$ [14]

sujeto a: $x \in X$

donde $\gamma = \{\gamma_{im}\}$ es el vector de tasas de sustitución entre cada atributo i y el atributo m $(i \neq m)$; $Z_n = y_n m(x) + \sum_{i \neq m} \gamma_{im} y_i(x)$; y U_m es la función de utilidad monoatributo a que se reduce el problema n-dimensional. Como se ve, el modelo planteado se reduce a obtener una función de utilidad mono-atributo y n-1 tasas de sustitución, lo cual representa una notable simplificación en el número de parámetros a estimar en relación a los modelos n-dimensionales multiplicativo y aditivo, dados en [5] y [6], respectivamente, que requieren la obtención de n parámetros y n funciones de utilidad mono-atributo [1].

A continuación aplicaremos el método propuesto a los habituales modelos biatributos basados en las especificaciones: media-varianza, equivalente de certidumbre y negativo-exponencial.

Así asumiendo independencia preferencial sin relaciones de sustitución constante, la función objetivo resulta ser, para el caso *multiplicativo,* según la expresión [5]:

$$E\,U = E\,[(1 + K_1 \cdot U_1(y_1)) \cdot (1 + K_2 \cdot U_2(y_2))] \qquad [15]$$

Si adicionalmente las distribuciones de probabilidad de ambos atributos son independientes, [15] podría expresarse de la siguiente manera:

$$E\,U = E\,(1 + K_1 \cdot U_1(y_1)) \cdot E\,(1 + K_2 \cdot U_2(y_2)) \qquad [16]$$

Por otro lado, bajo el supuesto de normalidad para las distribuciones de ambos atributos, la utilidad esperada puede expresarse según la especificación media-varianza. Así pues, las funciones de utilidad esperada monoatributo resultan ser:

$$E\,U_1 = E\,(y_1) - \beta_1 V\,(y_1) \qquad [17]$$

$$E\,U_2 = E\,(y_2) - \beta_2 V\,(y_2) \qquad [18]$$

en donde E y V representan, respectivamente, el valor esperado y la varianza, y β_1 y β_2 son los coeficientes de aversión absoluta al riesgo.

Con lo que, finalmente, la utilidad esperada $E\,U$, queda expresada así:

$$E\,U = (1 + K_1\,(E\,(y_1) - \beta_1 V\,(y_1)) \cdot (1 + K_2\,(E\,(y_2) - \beta_2 V\,(y_2)) \qquad [19]$$

Nos encontramos así con la necesidad de estimar cuatro parámetros (k_1, k_2, β_1 y β_2).

Bajo el supuesto de independencia *aditiva,* la función objetivo a optimizar, según la expresión [6], sería:

$$\begin{aligned} E\,U\,(y_1, y_2) &= K_1\,U_1\,(y_1) + K_2\,U_2\,(y_2) = \\ &= K_1\,(E\,(y_1) - \beta_1 V\,(y_1)) + \\ &+ K_2\,(E\,(y_2) - \beta_2 V\,(y_2)) \end{aligned} \qquad [20]$$

[1] Obsérvese que la generalización de la expresión [13] conduce a:

$$r_i = \gamma_{im} \cdot r_m \qquad (i \neq m)$$

donde β_1 y β_2 son los coeficientes de aversión absoluta al riesgo. En este caso, el número de coeficientes a estimar sigue siendo cuatro (K_1, K_2, β_1 y β_2) pero bajo una hipótesis ciertamente restrictiva, como es la de la independencia aditiva.

En el caso de que, partiendo de la hipótesis de independencia preferencial, asumamos relaciones de sustitución constante, el problema planteado, de acuerdo con el modelo expresado en [9], quedaría reducido a maximizar la siguiente función objetivo:

$$E\,U(y_1, y_2) = E\,U(Z) = E(Z) - \beta V(Z) \qquad [21]$$

$$\text{siendo } Z = y_2 + \gamma y_1$$

donde los coeficientes a estimar son sólo dos (β y γ), y de fácil interpretación, frente a los cuatro de los modelos media-varianza [19] y [20]. Observese que $V(z)$, es la varianza de una combinación lineal de atributos, lo cual implica que este modelo considera las posibles correlaciones entre los mismos.

Otra posible alternativa recurriría al empleo de equivalentes de certidumbre (C), que podrían aproximarse por la fórmula:

$$C = E - (\beta/2) \cdot V^{1/2} \qquad [22]$$

Esta formulación es, según autores como Hazell (1982) y Anderson *et al.* (1986) bastante robusta respecto a posibles violaciones de la hipótesis de normalidad puesto que C puede ser considerada al menos como una aproximación de segundo orden del equivalente de certidumbre.

Con ello el criterio de decisión podría quedar expresado en la forma:

$$\text{Maximizar } C(x, \beta, \gamma) = E(Z(x, \gamma) - (\beta/2)\ V(z(x, \gamma)) \qquad [23]$$

$$\text{sujeto a: } \quad x \in X$$

Finalmente, otra posible expresión funcional, ampliamente utilizada, para la función de utilidad con aversión absoluta al riesgo constante resulta de la adopción de una especificación negativo-exponencial, que implica una función de utilidad del tipo:

$$U = a + b \exp - \beta(y_1 + \gamma y_2) \qquad [24]$$

siendo a y b constantes escalares y β el coeficiente de aversión absoluta al riesgo.

5. Conclusiones

Frente a la creencia de que el modelo UES, aunque totalmente fundamentado en axiomas de elección racional, resulta poco operativo en la práctica, la adopción de ciertas hipótesis simplificativas evidencia que precisamente puede darse lo contrario. Así, según hemos visto, la asunción de: independencia preferencial, relaciones de sustitución constantes entre atributos y aversión absoluta al riesgo constante, conduce a un modelo multiatributo realista y relativamente sencillo de estimar.

Por otro lado, la obtención de la solución óptima no recurre a los procedimientos basados en «soluciones compromiso» o «distancias a la solución ideal», generalmente poco intuitivos y de dudosa interpretación.

Obsérvese que, para el paradigma UES, la actitud del decisor frente al riesgo no está reflejada considerando a este último como un atributo adicional, sino que viene predeterminada por la forma específica de la función de utilidad. Así, la medición de la aversión al riesgo en un problema de decisión multiatributo, bajo las hipótesis aquí consideradas, es inmediata a partir del coeficiente de aversión absoluta al riesgo de Arrow-Pratt para cada atributo.

Finalmente, aún reconociendo la importancia de las restricciones de tipo operativo en la generación de cualquier modelo, en este trabajo se ha puesto especial énfasis en analizar las implicaciones del modelo propuesto, a la luz de la Teoría Económica.

Referencias

Anderson, J. R.; Dillon, J. L. y Hardaker, J. B. (1977): *Agricultural Decision Analysis,* Iowa State University Press, Ames.

Anderson, J. R.; Dillon, J. L. y Hardaker, J. B. (1986): Farmers and risk, «Agriculture in a turbulent world economy», Proceedings of the Nineteenth International Conference of Agricultural Economists, Málaga, septiembre de 1985, págs. 638-648.

Debreu, G. (1973): *Teoría del valor,* Bosch, Barcelona.

Hazell, P. B. R. (1971): «A linear Alternative to Cuadratic and Semivariance Programing for Farm Planning Under Uncertainty», *American Journal of Agricultural Economics, núm. 20,* págs. 53-62.

Hazell, P. B. R. (1982): «Aplication of risk preferences estimates in firm-household and agricultural sector models», *American Jornal of Agricultural Economics, núm 64,* págs. 384-390.

Herath, H. M. G.; Hardaker, J. B. y Anderson, J. R. (1982): «Choice of varieties by Skri Lanka rice farmers: comparing alternative decision models», *American Journal of Agricultural Economics, núm. 64,* págs. 87-93.

Keeney, R. L. (1971): «Utility independence and preferences for multiattibuted consequences», *Operational Research, núm. 19,* págs. 875-893.

Keeney, R. L. y Raiffa, H. (1976): Decision with multiple objectives: preferences and value tradeoffs, John Wiley, New York.

Lambert, D. K. y McCarl, B. A. (1985): «Risk modeling using direct solution of nonlinear aproximations of the utility function», *American Journal of Agricultural Economics, núm. 67,* págs. 846-852.

Markowitz, H. (1959): «Portfolio selection: efficient diversification of investments», Cowies Foundation Monograph No. 16, John Wiley, New York.

Pratt, J. (1964): «Risk aversion in the small and in the large», *Econometrica, núm. 32,* págs. 122-136.

Rivera, L. M. y Olmeda, M. (1985): «El riesgo en los modelos de economía agraria», *Investigaciones Económicas, núm. 27,* págs. 23-37.

Schoemaker, P. J. (1982): The Expected Utility Model: Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations», *Journal of Economics Literature,* XX, págs. 529-563.

Tobin, J. (1969): «Comment on Borch and Feldstein», *Review of Economic Studies, núm. 105,* págs. 13-14.

Yassour, J. y Rausser, G. C. (1981): «Optimal choices among alternative technologies with stochastic yield», *American Journal of Agricultural Economics, núm. 63*, págs. 718-724.

Vincke, Ph. (1986): «Analysis of multicriteria decision aid in Europe», *European Journal of Operational Research, núm. 25*, págs. 160-168.

Walsh, V. (1974): *Introducción a la microeconomía contemporánea*, Vicens-Vives, Barcelona.

Abstract

A subjective expected utility decision model with multiattributed consequences is proposed. It is shown that the adoption of some hypothesis —preference utility independence, constant substitution rates and constant absolute risk-aversion coefficients— can simplify the elicitation of the multiattribute utility function. This leads to a risk modelling procedure that is easily solvable and consistent to the rational choice axiomatic and the compromise between operational requirements and the realism of the assumptions.

Recepción del original, diciembre, 1988
Versión final, junio de 1989