Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XV, n.º 3 (1991), págs. 555-573

COMPETENCIA DE PRECIOS Y CANTIDADES EN UN DUOPOLIO DE RECURSOS NATURALES NO RENOVABLES CON DIFERENCIACION DE PRODUCTO*

María Dolores ALEPUZ
Santiago J. RUBIO
Universidad de Valencia
Juan P. CASTRO
Universidad de Murcia

En este trabajo se estudian y comparan las trayectorias temporales de explotación que se derivan de una competencia de precios y de una competencia de cantidades para un duopolio que explota un recurso natural no renovable con yacimientos de distinta calidad.
Esta diferencia de calidad se traduce en una distinta productividad del recurso como input *industrial, diferencia que hemos representado a través de una estructura de la demanda lineal y asimétrica. El resultado obtenido es que la competencia de precios resulta ser «más conservacionista» y «más competitiva» que la competencia de cantidades.*

1. Introducción

En este artículo nos interesamos por la comparación entre las trayectorias del precio de equilibrio de Bertrand y Cournot para un mercado duopolista de un recurso natural no renovable con diferenciación de producto.

Este tema ha sido tratado recientemente por Amigues, Moreaux y Gaudet (1988) y Gaudet y Moreaux (1989). Estos dos trabajos son una extensión, a un marco dinámico, de los análisis estáticos sobre la competencia de precios y cantidades en un duopolio con diferenciación de producto realizados por Shubik (1980), Deneckere (1983), Shing y Vives (1984), Vives (1984), Vives (1985) y Cheng (1985).

Según dichos autores *podría* darse una situación en la que la competencia de precios fuese «más monopolista» y, por tanto, «más conservacionista» que la competencia de cantidades. Sin embargo, cuando analizan el caso de una estructura de la demanda lineal y simétrica, el resultado que obtienen es el

* Este artículo es el resultado de la ponencia presentada en las VI Jornadas de Economía Industrial celebradas en Madrid. Quisiéramos expresar nuestro agradecimiento a un evaluador anónimo por sus valiosos comentarios. Asimismo, las sugerencias que se nos hicieron en las Jornadas. No obstante, los errores que puedan encontrarse en el texto son de nuestra exclusiva responsabilidad.

habitual en la literatura, es decir, el de una competencia de precios «más competitiva» y «menos conservacionista» que la de cantidades[1].

Nosotros mostraremos que este resultado tiene que revisarse si se le relaja el supuesto de simetría. La asimetría en la estructura de la demanda puede estar justificada por distintas razones, entre las que destacamos, la diferente productividad del recurso natural como *input* en la estructura industrial, así, p. e. en el mercado de petróleo pueden distinguirse hasta doscientos tipos de petróleo bruto con rendimientos diferentes en el proceso de refinado[2]. Tomando como referencia este ejemplo limitaremos nuestro análisis al caso de un mismo recurso natural con yacimientos de distinta calidad, es decir, a la hipótesis de factores sustitutivos.

En este caso, cuando la estructura de la demanda es asimétrica y los depósitos son sustitutivos, se genera una asimetría en los resultados que se derivan de la competencia de precios y cantidades. Así, nos encontramos con que la competencia de cantidades (precios) resulta ser «más (menos) conservacionista» para el yacimiento de calidad baja.

Adicionalmente, se obtiene que, para los dos tipos de competencia, las reservas de calidad alta se agotan antes que las de baja calidad. Por lo que, en base a lo apuntado más arriba, resulta que la competencia de precios es «más conservacionista» que la de cantidades a nivel de la industria.

Por otra parte, y en lo que respecta a los precios, demostramos que, independientemente de la calidad de las reservas, la competencia de precios es «más competitiva» que la de cantidades.

Estos dos resultados nos llevan a concluir que, a nivel de la industria, la competencia de precios sigue siendo «más competitiva» pero no necesariamente «menos conservacionista» que la de cantidades, lo que nos permite matizar la asociación existente entre el término «monopolista» y el término «conservacionista» en la teoría económica de los recursos naturales no renovables.

Sin embargo, como ya se ha precisado, se tiene que interpretar la afirmación de que la competencia de precios es «más competitiva» porque los precios iniciales son menores cuando se elige esa variable estratégica en lugar de la cantidad, ya que con respecto a los precios en otros momentos del período de

[1] En la literatura sobre la explotación de recursos naturales no renovables está establecido que en el caso de una estructura de la demanda lineal y costes de extracción nulos, una industria competitiva agotará más rápidamente que un monopolio las reservas del recurso (ver p. e. Hartwick and Olewiler (1986, p. 98)), de ahí que se identifique el término «conservacionista» con el término «monopolista». También es importante recordar que al situarnos en un análisis dinámico, se están comparando trayectorias temporales que se cortan, por lo que el precio competitivo tan sólo será inferior al precio de monopolio durante una primera etapa del período de explotación, razón por la que se califica un régimen como «más competitivo» si los precios iniciales son inferiores a los vigentes en el régimen alternativo.

[2] Ver p. e. Masseron (1982, págs. 246-52) para una clasificación de los tipos de petróleo más importantes según sus rendimientos.

explotación no se puede decir nada dado que las trayectorias temporales de los precios pueden cortarse.

Con el objeto de facilitar las comparaciones restringiremos el estudio al caso de costes de extracción nulos e idénticas reservas iniciales para cada empresa. Aunque estos supuestos son muy restrictivos, nos permiten concentrarnos estrictamente en el efecto de introducir la diferenciación de producto en un modelo duopolista de recursos naturales no renovables.

Adicionalmente supondremos que las empresas sólo pueden firmar dos tipos de contratos («binding contracts») con sus clientes: un contrato de precios (un equilibrio Bertrand) o uno de cantidades (un equilibrio Cournot), y en ambos casos los contratos rigen durante todo el período de explotación del recurso. Por otra parte, el concepto de equilibrio utilizado es el de un equilibrio de Nash no cooperativo: cada duopolista elegirá su trayectoria de extracción (trayectoria del precio) dada la trayectoria de extracción (trayectoria del precio) del otro duopolista.

El trabajo está organizado de la siguienta manera, en el segundo apartado presentamos el modelo básico, en el tercero definimos el sistema de demanda lineal con el que vamos a trabajar, para a continuación estudiar la competencia de cantidades y la de precios en los apartados cuatro y cinco respectivamente. El seis está dedicado a la comparación de las trayectorias de precios y cantidades de equilibrio y en el último apartado se recogen las conclusiones.

2. El modelo básico

La estructura de la demanda que vamos a utilizar se obtendría a partir de un problema de maximización de beneficios de las empresas industriales como demanda derivada. Dicha estructura vendrá dada por el siguiente sistema de funciones directas de demanda

$$q_i = f^i(p_1, p_2), \qquad i = 1, 2 \qquad [1]$$

donde f^i es dos veces continuamente diferenciable y además se cumple que:

$$f_i^i < 0 \qquad [2]$$

$$f_j^i(x,x) = f_i^j(x,x) \quad , \quad i \neq j \qquad [3]$$

$$D = f_1^1 f_2^2 - f_1^2 f_2^1 > 0 \qquad [4]$$

esta última condición garantiza que el Jacobiano del sistema de funciones de demanda no se anula, entonces por el teorema de la función implícita existirá un sistema de funciones inversas de demanda

$$p_i \doteq h^i(q_1, q_2) \quad , \quad i = 1, 2 \qquad [5]$$

que cumplirán

$$h_i^i = f_j^j / D\,, \qquad i \neq j, \qquad i,j = 1,2 \qquad [6]$$
$$h_i^i = -f_j^i / D\,, \qquad i \neq j \qquad i,j = 1,2 \qquad [7]$$

El objetivo de la empresa extractiva será maximizar el valor presente descontado de las reservas para la variable estratégica elegida y el horizonte temporal de explotación (T), independientemente del tipo de estrategia que adopte, lo que puede expresarse mediante el siguiente problema de control óptimo

$$\max \int_0^{T_i^K} p_i^K q_i^K e^{-rt}\, dt \qquad i = 1, 2, \qquad K = B, C \qquad [8]$$

$$\text{s. a. } \dot{R}_i^K = -\, q_i^K \qquad [9]$$

$$R_i^K(0) = R_0\,, \qquad R_i^K(T) \geq 0 \qquad [10]$$

donde q_i vendrá dada por [1] en el caso de competencia de precios, o p_i será [5] en el caso de cantidades. La maximización del problema anterior exige la maximización del Hamiltoniano asociado al mismo.

$$H_i^K = p_i^K q_i^K - \Phi_i^K q_i^K \quad, \qquad i = 1, 2 \qquad K = B, C \qquad [11]$$

siendo las condiciones necesarias cuando la variable estratégica es la cantidad

$$@H_i^C / @q_i^C = 0 \qquad [12]$$
$$\dot{\Phi}_i^C = r\Phi_i^C - @H_i^C / @R_i^C \qquad [13]$$
$$\Phi_i^C(T_i^C) \geq 0, \qquad R_i^C(T_i^C) \geq 0, \qquad \Phi_i^C(T_i^C)\, R_i^C(T_i^C) = 0 \qquad [14]$$
$$H_i^C(T_i^C) = 0 \qquad [15]$$

y las mismas cuando la variable estratégica es el precio, haciendo $K = B$ en el Hamiltoniano.

De la condición [12] se obtiene la conocida regla que establece que el ingreso marginal debe ser igual al coste marginal de uso. La [13] expresa la dinámica del coste de uso que, teniendo en cuenta que la derivada del Hamiltoniano respecto a las reservas es cero, vendrá dada por la «regla de Hotelling». Las expresiones [14] y [15] son las condiciones de transversalidad, la primera exige el agotamiento físico de las reservas, y la segunda impone que las cantidades en los momentos T se anulen.

3. El caso de la demanda lineal asimétrica[3]

Como se ha apuntado en la introducción, resolveremos a continuación el modelo expuesto en el apartado anterior para el caso de un sistema de funciones de demanda lineal que, pese a ser un caso particular, nos permite estable-

[3] A partir de este apartado escribiremos las variables en función de t.

cer las comparaciones pertinentes con los resultados obtenidos por Amigues, Moreaux y Gaudet (1988) y por extensión con los de Singh y Vives (1984) para este tipo de funciones de demanda.

Consideremos el siguiente sistema de funciones directas de demanda

$$q_1(t) = \max\left\{\frac{\beta - \mu}{\beta - \mu^2} - \frac{\beta}{\beta - \mu^2}p_1(t) + \frac{\mu}{\beta - \mu^2}p_2(t), 0\right\} \qquad [16]$$

$$q_2(t) = \max\left\{\frac{1 - \mu}{\beta - \mu^2} + \frac{\mu}{\beta - \mu^2}p_1(t) - \frac{1}{\beta - \mu^2}p_2(t), 0\right\} \qquad [17]$$

para $p_i \geq 0$, $i = 1, 2$, y el correspondiente sistema de funciones inversas de demanda

$$p_1(t) = 1 - q_1(t) - \mu q_2(t) \qquad [18]$$

$$p_2(t) = 1 - \mu q_1(t) - \beta q_2(t) \qquad [19]$$

donde $0 < \mu < 1$ y $\beta > 1$. Obsérvese que $@p_1/@q_1 > @p_2/@q_2$, lo que nos indica que la empresa 1 explota las reservas de mayor calidad, y que la estructura de la demanda presenta una cierta asimetría.

Por otra parte, si incorporamos la dinámica del coste de uso dada por [13] al Hamiltoniano de la expresión [11] nos queda

$$H_i^K = p_i^K(t)\, q_i^K(t) - \Phi_i^K(0)e^{rt}\, q_i^K(t) \quad , \quad i = 1, 2; K = B, C \qquad [20]$$

donde Φ_i^K es el coste de uso inicial. Maximizando esta función respecto a las correspondientes variables estratégicas, obtenemos las dinámicas de precios y cantidades para cada tipo de contrato establecido por las empresas.

4. Competencia de cantidades

Cuando la empresa firma un contrato de cantidades estaremos en $K = C$, entonces la condición [12] nos permite calcular las funciones de reacción para ambas empresas

$$q_1^C(t) = (1/2)\,(1 - \mu q_2^C(t) - \Phi_1^C(0)\, e^{rt}) \qquad [21]$$

$$q_2^C(t) = (1/2\beta)\,(1 - \mu q_1^C(t) - \Phi_2^C(0)\, e^{rt}) \qquad [22]$$

resolviendo este sistema llegamos a las ecuaciones que nos dan la dinámica de las cantidades a lo largo del período de explotación

$$q_1^C(t) = (2\beta/\alpha)\,(1 - \Phi_1^C(0)\, e^{rt}) - (\mu/\alpha)\,(1 - \Phi_2^C(0)\, e^{rt}) \qquad [23]$$

$$q_2^C(t) = (-\mu/\alpha)\,(1 - \Phi_1^C(0)\, e^{rt}) + (2/\alpha)\,(1 - \Phi_2^C(0)\, e^{rt}) \qquad [24]$$

donde $\alpha = 4\beta - \mu^2$.

Por otro lado, las condiciones [12] y [15] hacen posible expresar los costes de uso iniciales para cada una de las empresas en función del período óptimo de explotación.

$$\Phi_1^C(0) = e^{-rT_1^C}[1 - \mu q_2^C(T_1^C)] \quad [25]$$

$$\Phi_2^C(0) = e^{-rT_2^C}[1 - \mu q_1^C(T_2^C)] \quad [26]$$

Llegados a este punto, demostraremos que la empresa 1 agota la mina antes que la 2, es decir, que $T_1^C < T_2^C$, y que las trayectorias temporales de cantidades son distintas. Obviamente, este resultado es consecuencia de la asimetría introducida en las funciones de demanda.

La prueba se obtiene analizando la diferencia entre las trayectorias de cantidades ([23] – [24]) para las distintas hipótesis sobre la relación existente entre T_1^C y T_2^C.

$$q_1^C(t) - q_2^C(t) = \frac{2\beta + \mu}{\alpha}(1 - \Phi_1^C(0)\, e^{rt}) - \frac{2 + \mu}{\alpha}(1 - \Phi_2^C(0)\, e^{rt}) \quad [27]$$

Si establecemos la hipótesis: $T_1^C = T_2^C = T^C$, entonces las trayectorias de las cantidades deben coincidir, dado que las reservas iniciales de ambas empresas son idénticas. Esto supone que las cantidades que aparecen en [25] y [26] se anulan y que, por tanto, los costes de uso iniciales de ambas empresas serán iguales a

$$\Phi^C(0) = e^{-rT^C} \quad [28]$$

Sustituyendo esta expresión en [27], el valor de los paréntesis es el mismo y la diferencia será positiva para todo t dado que $\beta > 1$, lo que contradice el supuesto de reservas idénticas e implica que no es cierta la relación establecida inicialmente entre las T. De ahí que las trayectorias óptimas de cantidades serán distintas para los correspondientes períodos de explotación de las empresas.

Si ahora suponemos que la relación entre las T es: $T_1^C > T_2^C$, tendremos que $q_2^C(T_1^C) = 0$ y $q_1^C(T_2^C) > 0$, lo que nos da los siguientes costes de uso iniciales

$$\Phi_1^C(0) = e^{-rT_1^C} \quad [29]$$

$$\Phi_2^C(0) = e^{-rT_2^C}[1 - \mu q_1^C(T_2^C)] \quad [30]$$

donde se observa que el coste de uso inicial de la empresa 2 depende de la cantidad de 1 en el momento en el que la 2 agota sus reservas iniciales del recurso. Para calcular esta cantidad sustituimos $\Phi_1^C(0)$ y $\Phi_2^C(0)$ en [23] por [29] y [30] respectivamente

$$q_1^C(T_2^C) = (1/2)\,[1 - e^{-r(T_1^C - T_2^C)}] \quad [31]$$

sustituyendo este valor en [30] nos queda

$$\Phi_2^c(0) = \frac{2-\mu}{2} e^{-rT_2^c} + \frac{\mu}{2} e^{-rT_1^c} \tag{32}$$

finalmente restando [29] a [32] llegamos a

$$\Phi_2^c(0) - \Phi_1^c(0) = \frac{2-\mu}{2} (e^{-rT_2^c} - e^{-rT_1^c}) \tag{33}$$

y dado que hemos supuesto que $T_1^c > T_2^c$, entonces la expresión anterior es positiva. Por consiguiente, la diferencia entre las cantidades [27] será positiva para todo el período de explotación de la empresa 2, dado que $1 - \Phi_2^c(0)e^{rt} < 1 - \Phi_1^c(0)e^{rt}$. En este caso nos encontramos con que las reservas iniciales de la empresa 1 tendrían que ser mayores que las de 2. Nuevamente, el resultado contradice el supuesto de reservas iniciales idénticas y refuta la hipótesis de partida.

De lo anterior se concluye que *la empresa 1 agotará sus reservas más rápidamente que la 2* ($T_1^c < T_2^c$). De ahí que las trayectorias de las cantidades de ambas empresas sean distintas, dándose una primera etapa en la que la empresa que explota el yacimiento de mayor calidad fija una tasa de extracción superior a la que explota las reservas de peor calidad, tal como se representa en el Gráfico 1.

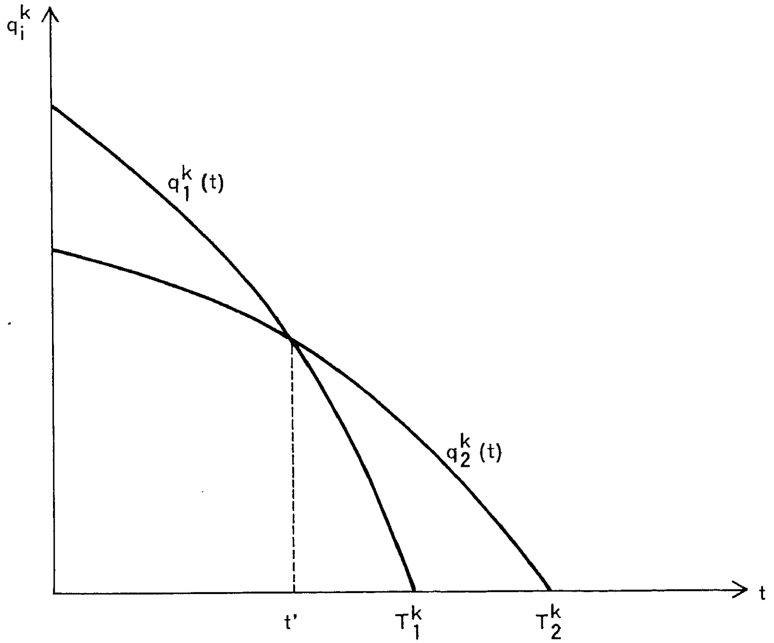

Gráfico 1

Por otra parte, para obtener las trayectorias de los precios de equilibrio sustituiremos las expresiones de las cantidades [23] y [24] en las funciones inversas de demanda

$$p_1^C(t) = 1 - (\hat{\alpha}/\alpha)\,(1 - \Phi_1^C(0)\,e^{rt}) - (\mu/\alpha)\,(1 - \Phi_2^C(0)e^{rt}) \quad [34]$$

$$p_2^C(t) = 1 - (\mu\beta/\alpha)\,(1 - \Phi_1^C(0)\,e^{rt}) - (\hat{\alpha}/\alpha)\,(1 - \Phi_2^C(0)e^{rt}) \quad [35]$$

donde $\hat{\alpha} = 2\beta - \mu^2$. Nótese que los precios se escriben en función de los costes de uso iniciales, por lo que, para comparar dichas trayectorias, tendremos que calcular los costes de uso iniciales óptimos que se corresponden a la relación $T_1^C < T_2^C$.

Para esta relación, la cantidad de la empresa 2 en el momento del agotamiento de las reservas de 1 será positiva, mientras que la de 1 en el momento del agotamiento de las reservas de 2 será cero. Esto hace que las condiciones [25] y [26] se conviertan respectivamente en las siguientes

$$\Phi_1^C(0) = e^{-rT_1^C}\,[1 - \mu q_2(T_1^C)] \quad [36]$$

$$\Phi_2^C(0) = e^{-rT_1^C} \quad [37]$$

y que el coste de uso inicial de la empresa 1 quede en función de la cantidad de 2 en el momento T_1. Este valor lo calculamos sutituyendo [36] y [35] en [24] y tomando $t = T_1^C$.

$$q_2^C(T_1^C) = (1/2\beta)\,[1 - e^{-r(T_2^C - T_1^C)}] \quad [38]$$

llevando esta última expresión a [36] nos queda

$$\Phi_1^C(0) = \frac{2\beta - \mu}{2\beta}\,e^{-rT_1^C} + \frac{\mu}{2\beta}\,e^{-rT_2^C} \quad [39]$$

Para establecer la relación entre las trayectorias de los precios trabajamos sobre la diferencia de los precios

$$p_1^C(t) - p_2^C(t) = \frac{\hat{\alpha} - \mu}{\alpha}\,(1 - \Phi_2^C(0)\,e^{rt})$$

$$- \frac{\hat{\alpha} - \mu\beta}{\alpha}\,(1 - \Phi_1^C(0)\,e^{rt}) \quad [40]$$

Obsérvese que esta diferencia depende de los valores de los costes de uso iniciales, entonces como $\Phi_1^C(0) > \Phi_2^C(0)$ nos queda que el precio de la empresa 1 es mayor que el de 2 durante todo el período de explotación de dicha empresa. En el Gráfico 2 se representan las trayectorias temporales de los precios, en él se puede advertir que los precios en el momento del agotamiento de las reservas son distintos para ambas empresas, en el caso de la empresa 1, éste será inferior al precio máximo que estaría dispuesto a pagar el mercado ($p_1^C = 1$), debido a que la producción de 2 es positiva en ese momento. Mien-

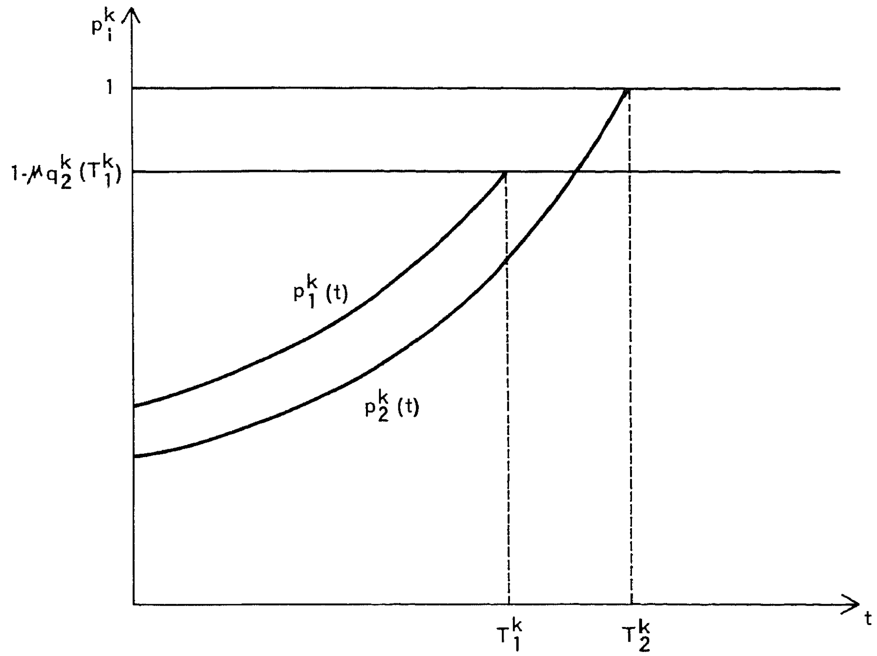

Gráfico 2

tras que el precio de 2 en el momento del agotamiento de sus reservas será el precio de choque ($p_2^c = 1$), porque su período de explotación es más prolongado.

En el Gráfico 3 se ilustra el equilibrio de las empresas duopolistas para algún momento de la primera fase del período de explotación de la empresa 1 en el que la producción de ésta es mayor que la de 2. En este gráfico se contempla como la empresa 1 puede fijar un coste de uso mayor y vender una cantidad mayor a un precio superior debido a la mayor productividad del recurso que se refleja en las condiciones de la demanda. En el Gráfico 4 se ve más claramente este hecho, en él se representa el equilibrio de las empresas en el único momento del período de explotación en el que la producción de ambas coincide. En ese caso, puede observarse como la elasticidad de la función de demanda de la empresa 1 es mayor para cualquier cantidad positiva, lo que nos indica que la productividad del recurso que se extrae de las reservas explotadas por ésta es mayor que la que se extrae de las reservas explotadas por la 2.

Por otra parte, se puede comprobar fácilmente a partir de [34] y [35] que la dinámica de precios es creciente y convexa, y en base a [21] y [22] que la de cantidades es cóncava y decreciente.

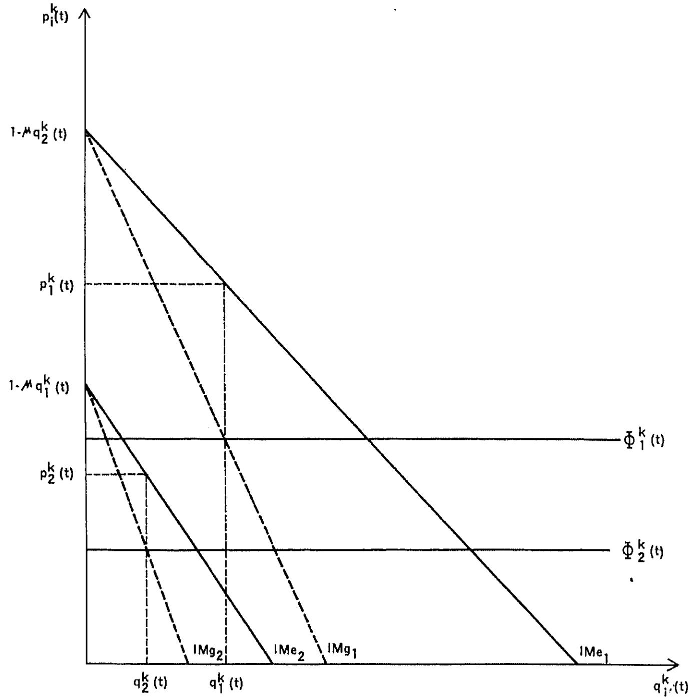

Gráfico 3

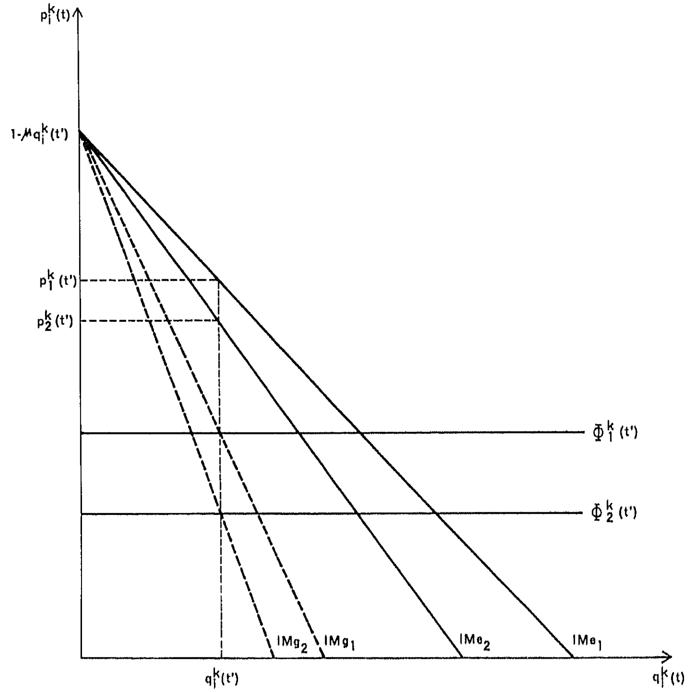

Gráfico 4

5. Competencia de precios

Si la empresa firma un contrato de precios estamos en $K = B$ para el problema planteado en el modelo básico, entonces la condición [12] nos permite calcular, en términos similares a los del apartado anterior, las funciones de reacción

$$p_1^B(t) = (1/2)\,(1 + \Phi_1^B(0)e^{rt}) - (\mu/2\beta)\,(1 - p_2^B(t)) \qquad [41]$$

$$p_2^B(t) = (1/2)\,(1 + \Phi_2^B(0)e^{rt}) - (\mu/2)\,(1 - p_1^B(t)) \qquad [42]$$

resolviendo el sistema anterior obtenemos la dinámica de los precios a lo largo del período de explotación.

$$p_1^B(t) = -\frac{\mu(2+\mu)}{\alpha} + \frac{2\beta}{\alpha}(1 + \Phi_1^B(0)e^{rt}) + \frac{\mu}{\alpha}(1 + \Phi_2^B(0)e^{rt}) \qquad [43]$$

$$p_2^B(t) = -\frac{\mu(2\beta+\mu)}{\alpha} + \frac{\beta\mu}{\alpha}(1 + \Phi_1^B(0)e^{rt}) + \frac{2\beta}{\alpha}(1 + \Phi_2^B(0)e^{rt}) \qquad [44]$$

donde los costes de uso iniciales para cada una de las empresas son

$$\Phi_1^B(0) = e^{-rT_1^B}\,[1 - (\mu/\beta)\,(1 - p_2^B(T_1^B))] \qquad [45]$$

$$\Phi_2^B(0) = e^{-rT_2^B}\,[1 - \mu(1 - p_1^B(T_2^B))] \qquad [46]$$

Para determinar cuales son los períodos óptimos de explotación de ambas empresas recurriremos a las trayectorias de cantidades.

Sustituyendo los precios en las funciones de demanda nos queda

$$q_1^B(t) = (1/\hat{\beta})\,[(\beta\hat{\alpha}/\alpha)\,(1 - \Phi_1^B(0)e^{rt}) - (\beta\mu/\alpha)\,(1 - \Phi_2^B(0)e^{rt}) \qquad [47]$$

$$q_2^B(t) = (1/\hat{\beta})\,[-(\beta\mu/\alpha)\,(1 - \Phi_1^B(0)e^{rt}) - (\hat{\alpha}/\alpha)\,(1 - \Phi_2^B(0)e^{rt}) \qquad [48]$$

donde $\hat{\beta} = \beta - \mu^2$. Entonces, la diferencia entre las cantidades vendrá dada por la siguiente expresión

$$q_1^B(t) - q_2^B(t) = \frac{1}{\hat{\beta}}\left[\frac{\beta(\hat{\alpha}+\mu)}{\alpha}(1 - \Phi_1^B(0)e^{rt}) - \frac{\hat{\alpha}+\beta\mu}{\alpha}(1 - \Phi_1^B(0)e^{rt})\right] \qquad [49]$$

haciendo uso de esta diferencia y utilizando el mismo procedimiento que en el apartado anterior se concluye que $T_1^B < T_2^B$. Este resultado implica que las trayectorias de cantidades serán distintas tal y como se representa en el Gráfico 1, lo que nos indica que independientemente del tipo de contrato firmado por la empresa, las reservas de mayor calidad se agotarán antes que las de peor calidad.

Para estudiar la relación existente entre las trayectorias de los precios recurrimos a la diferencia de precios que se obtiene restando a [43] la ecuación [44]

$$p_1^B(t) - p_2^B(t) = \frac{\mu(\beta - 1)}{\alpha} + \frac{\beta(2 - \mu)}{\alpha} \Phi_1^B(0)e^{rt} - \frac{2\beta - \mu}{\alpha} \Phi_2^B(0)e^{rt} \qquad [50]$$

donde los valores de los costes de uso inicial vienen dados por

$$\Phi_1^B(0) = \frac{\hat{\alpha} - \mu}{\alpha} e^{-rT_1^B} + \frac{\mu}{\alpha} e^{-rT_2^B} \qquad [51]$$

$$\Phi_2^B(0) = e^{-rT_2^B} \qquad [52]$$

Estudiando detenidamente la diferencia [50] puede observarse que la suma de los términos definidos por los parámetros del sistema de funciones de demanda, es decir, la suma de los tres términos sin tener en cuenta los costes de uso, es cero, entonces dado que $\Phi_1^B(0) > \Phi_2^B(0)$ la diferencia de los dos últimos puede ser positiva o negativa, pero en este último supuesto dicha diferencia tendría un valor absoluto inferior al valor positivo del primer término $[\mu(\beta - 1)/\alpha]$, por lo que en cualquier caso la diferencia de precios [50] es positiva.

Este resultado es cualitativamente idéntico al que caracteriza la competencia de cantidades, y nos indica que la mayor productividad del recurso que se extrae de las reservas que explota la empresa 1, le permite fijar un coste de uso mayor que el que fija la 2, y, consecuentemente, un precio mayor a lo largo de todo el período de explotación, con independencia de la estrategia elegida por la empresa.

6. Comparaciones

En este apartado comparamos las trayectorias de precios y cantidades que se derivan de las distintas estrategias que puede adoptar la empresa.

Si se analizan las ecuaciones de las dinámicas de estas variables se comprueba que éstas dependen de los costes de uso y los parámetros del sistema de funciones de demanda, pero también puede observarse que los costes de uso vienen dados por los períodos óptimos de explotación ($T_i^{K^*}$), por lo que el punto de partida de nuestro análisis de dinámica comparativa van a ser estas variables.

Comenzaremos con el estudio de la relación existente entre los períodos óptimos de explotación de la empresa 1 según la estrategia elegida. Para ello recurriremos a la diferencia entre las trayectorias de cantidades que se derivan de la competencia de precios y de cantidades, ésta viene dada por la siguiente expresión

$$q_1^B(t) - q_1^C(t) = \frac{\beta\hat{\alpha}}{\hat{\beta}\alpha}(1 - \Phi_1^B(0)e^{rt}) - \frac{\beta\mu}{\hat{\beta}\alpha}(1 - \Phi_2^B(0)e^{rt})$$
$$- \frac{2\beta}{\alpha}(1 - \Phi_1^C(0)e^{rt}) + \frac{\mu}{\alpha}(1 - \Phi_2^C(0)e^{rt}) \quad [53]$$

a partir de la cual se deriva, al sustituir los costes de uso iniciales por [37], [39], [51] y [52], la siguiente

$$q_1^B(t) - q_1^C(t) = \frac{\mu^2(\beta - \mu)}{\hat{\beta}\alpha} - \frac{\beta(\hat{\alpha} - \mu)}{\hat{\beta}\alpha}e^{-r(T_1^B - t)}$$
$$+ \frac{2\beta - \mu}{\alpha}e^{-r(T_1^C - t)} \quad [54]$$

Si suponemos que los períodos óptimos de explotación son idénticos $T_1^B = T_1^C = T_1$, [54] se reduce a

$$q_1^B(t) - q_1^C(t) = \frac{\mu^2(\beta - \mu)}{\hat{\beta}\alpha}(1 - e^{-r(T_1 - t)}) \quad [55]$$

que nos indica que la diferencia entre las trayectorias de cantidades es positiva para todo el período de explotación, excepto para T_1 en que se anula. Este resultado contradice el supuesto de reservas idénticas (ver restricción [10]) por lo que concluimos que los períodos de explotación no pueden ser idénticos y, de ahí, que las trayectorias de cantidades son distintas y tienen que cortarse en un único punto.

Supongamos ahora que la competencia de cantidades produce un agotamiento más acelerado de las reservas ($T_1^B > T_1^C$). Definamos a continuación el siguiente valor

$$\frac{\mu^2(\beta - \mu)}{\hat{\beta}\alpha} - \frac{\beta(\hat{\alpha} - \mu)}{\hat{\beta}\alpha} + \frac{2\beta - \mu}{\alpha} \quad [56]$$

donde la suma de los dos últimos términos es negativa y del mismo valor absoluto que el primero, por lo que dicha expresión es cero.

Si ahora evaluamos la suma de los dos últimos, teniendo en cuenta los factores de descuento que aparecen en [54], tendremos

$$- \frac{\beta(\hat{\alpha} - \mu)}{\hat{\beta}\alpha}e^{-r(T_1^B - t)} + \frac{2\beta - \mu}{\alpha}e^{-r(T_1^C - t)} > - \frac{\mu^2(\beta - \mu)}{\hat{\beta}\alpha} \quad [57]$$

dado que hemos supuesto que $T_1^B > T_1^C$. Entonces [54], será positiva para todo t menor o igual que T_1^C, aunque la diferencia de los dos últimos términos de dicha expresión sea negativa, ya que en ese caso, el valor absoluto de esta diferencia será menor que el primer término de [54].

Nuevamente este resultado contradice el supuesto de partida de reservas idénticas y nos lleva a la conclusión de que *la competencia de precios agota más rápidamente las reservas que la de cantidades* ($T_1^B < T_1^C$), lo que significa que la competencia de cantidades es «más conservacionista» que la de precios, en tanto en cuanto, esta estrategia retarda el agotamiento físico de las reservas del recurso.

Demostraremos a continuación que este resultado se invierte para la empresa que explota las reservas de peor calidad. Para esta empresa la competencia de precios resulta ser «más conservacionista» que la de cantidades[4].

A partir de la condición de maximización de beneficios se derivan las funciones de reacción siguientes

$$q_2^B(t) = (1/2\beta)\,(1 - \mu q_1^B(t) - \Phi_2^B(0)e^{rt}) \qquad [58]$$

$$q_2^C(t) = (1/2\beta)\,(1 - \mu q_1^C(t) - \Phi_2^C(0)e^{rt}) \qquad [59]$$

que permiten expresar la diferencia entre las cantidades de la empresa 2 como

$$\begin{aligned} q_2^C(t) - q_2^B(t) &= (\mu/2\beta)\,(q_1^B(t) - q_1^C(t)) \\ &+ (1/2\beta)\,(\Phi_2^B(0) - \Phi_2^C(0))e^{rt} \end{aligned} \qquad [60]$$

de donde es inmediato que los períodos óptimos de explotación no pueden ser idénticos para las distintas estrategias, por lo que tan sólo demostraremos que $T_2^C < T_2^B$.

Supongamos lo contrario, entonces la diferencia entre las cantidades de la empresa 2 será negativa para $t = 0$. Por otra parte, la diferencia de los costes de uso iniciales, para dicha hipótesis, será positiva según se deduce de la condición de transversalidad [15] y de los resultados obtenidos en los apartados 4 y 5. De ahí que la diferencia de cantidades para la empresa 1 tenga que ser negativa para que se cumpla la ecuación [60], lo que contradice la conclusión que hemos obtenido más arriba que establecía que la diferencia entre las cantidades iniciales para esa empresa debía ser positiva[5].

Este resultado es consecuencia directa del abandono del supuesto de simetría en la estructura de la demanda combinado con la hipótesis de factores sustitu-

[4] Este resultado resta generalidad al obtenido por Amigues, Moreaux y Gaudet (1988) que establece que una competencia de cantidades resulta «más conservacionista» que una de precios para una estructura de la demanda simétrica.

[5] Téngase en cuenta que la relación $T_1^B < T_1^C$ implica que debe existir una fase inicial para la que las cantidades de Bertrand son mayores que las de Cournot, como se refleja en el Gráfico 5.

tivos. Al considerarse que la producción de un yacimiento es un sustitutivo en el mercado de la producción del otro, una competencia de precios «menos conservacionista» para el yacimiento de mayor calidad está asociada a un ingreso medio y marginal de la empresa 2 en el momento inicial *inferior*, para cualquier nivel de producción, a los que se obtendrían si la empresa 1 siguiera una de cantidades[6]. De donde se deriva que la 2 asociará, en este caso, un coste de uso inicial y una tasa de extracción inferiores[7]. Es decir, la valoración por el mercado del producto ofrecido por la empresa 2 está inversamente relacionada con la cantidad producida por la 1, por lo que cuanto mayor sea la producción de esta menor será el precio que puede obtener aquella y, consecuentemente, menor será su nivel de producción. Esto explica que la cantidad ofrecida por la empresa 2 en el período inicial, cuando rige la competencia de precios, sea inferior a la ofrecida cuando rige la de cantidades.

Esta relación necesariamente se invertirá conforme avance la explotación del recurso debido a la convergencia, y posterior inversión de las trayectorias de producción para la empresa 1 (ver Gráfico 5). De todas las maneras, al estable-

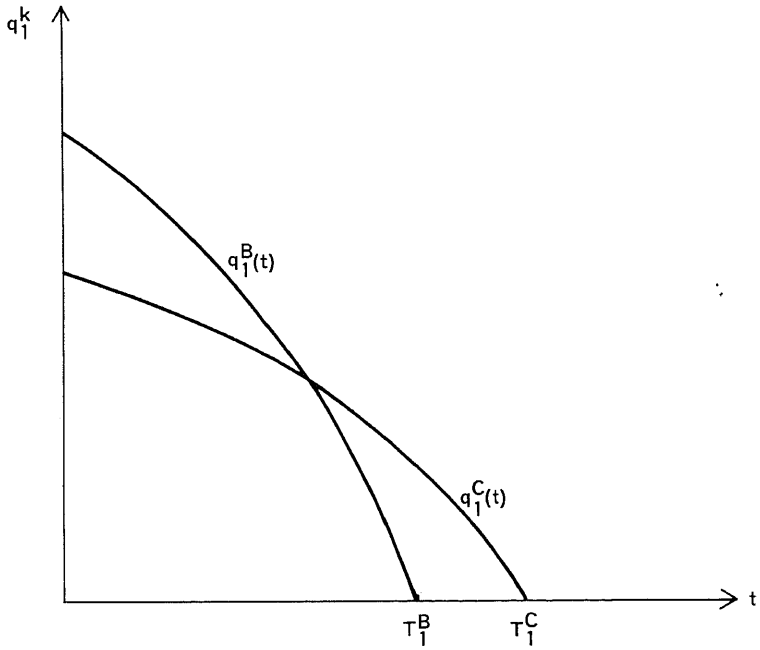

Gráfico 5

[6] Téngase en cuenta que la cantidad de la empresa 1 determina la ordenada en el origen de la 2, por lo que si $q_1^B(0) > q_1^C(0)$ tendremos que $1 - \mu q_1^B(0) < 1 - \mu q_1^C(0)$. De manera que la curva de demanda de la empresa 2, cuando rige la competencia de precios, está más proxima al origen que cuando rige la de cantidades.

[7] Este tipo de equilibrios se ilustran en el Gráfico 3, en el mismo se observa como un coste de uso menor es compatible con un nivel de producción también menor.

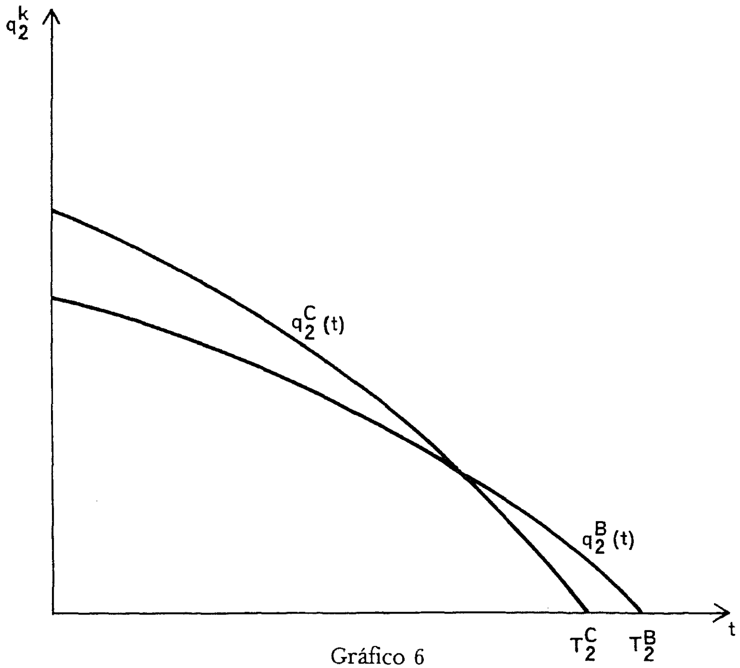

Gráfico 6

cerse un nivel inicial de producción para la competencia de precios $[q_2^B(0)]$ inferior al correspondiente al de cantidades $[q_2^C(0)]$, la explotación originada por la competencia de precios para esa empresa 2 será necesariamente «más conservacionista», esto es, agotará más tardíamente el recurso de la industria, dado que las reservas iniciales son las mismas para las dos trayectorias.

Finalmente analizaremos la relación existente entre los precios iniciales correspondientes a los dos tipos de competencia estudiados.

Utilizando la función inversa de demanda de la empresa 1, la diferencia entre los precios vendrá dada por

$$p_1^B(t) - p_1^C(t) = \mu(q_2^C(t) - q_2^B(t)) + (q_1^C(t) - q_1^B(t)) \quad [61]$$

entonces sustituyendo la diferencia de cantidades de la empresa 2 por [60] se llega a la siguiente expresión

$$\begin{aligned} p_1^B(t) - p_1^C(t) = {} & -(\hat{\alpha}/2\beta)\,(q_1^B(t) - q_1^C(t)) \\ & + (\mu/2\beta)\,(\Phi_2^B(0) - \Phi_2^C(0))e^{rt} \end{aligned} \quad [62]$$

Evaluando [62] para $t = 0$ tenemos que $p_1^B(0) < p_1^C(0)$, dado que la diferencia de cantidades es positiva y la de costes de uso iniciales es negativa.

Operando de la misma forma para los precios de la empresa 2 obtenemos

$$\begin{aligned} p_2^B(t) - p_2^C(t) = {} & -\,(\mu/2)\,(q_1^B(t) - q_1^C(t)) \\ & + (1/2)\,(\Phi_2^B(0) - \Phi_2^C(0))e^{rt} \end{aligned} \quad [63]$$

y como ocurría para [62] la diferencia de precios en el momento inicial ($t = 0$) será negativa por las mismas razones que acabamos de apuntar. En cambio, si calculamos la diferencia de precios para el momento del agotamiento físico de las reservas, el signo de [62] y [63] es ambiguo, indicándonos que las trayectorias temporales de los precios pueden cortarse.

Este resultado generaliza el de Amigues, Moreaux y Gaudet (1988) y Gaudet y Moreaux (1989) que establecen que, para una estructura de la demanda lineal y simétrica, los precios iniciales cuando las empresas compiten en cantidades son superiores a los que se fijan cuando éstas compiten en precios.

En resumen, cuando la estructura de la demanda es asimétrica y los factores sustitutivos, una competencia de precios «menos conservacionista» para las reservas de mayor calidad causa que la misma competencia sea «más conservacionista» para las de peor calidad, o dicho de otra forma, una competencia de cantidades «más conservacionista» para las reservas de mayor calidad provoca que esa misma competencia sea «menos conservacionista» para las de peor calidad. Mientras que por otro lado, tenemos que la competencia de cantidades será, en cualquier caso, «más monopolista». De donde se concluye que la asociación entre una competencia «más monopolista» y una política de explotación del recurso «más conservacionista» se rompe cuando la estructura de la demanda es lineal y asimétrica, y los factores son sustitutivos.

7. Conclusiones

En este trabajo se ha estudiado el tema de la competencia de precios y de cantidades en un mercado duopolístico de un recurso natural no renovable con una estructura de la demanda lineal y asimétrica, con el objetivo de analizar los efectos de la asimetría sobre resultados ya establecidos. El estudio ha adoptado un enfoque dinámico que es el requerido para el análisis de la explotación de un recurso natural no renovable, y por consiguiente puede verse como una extensión de los estudios estáticos del duopolio con diferenciación de producto.

De forma sucinta las conclusiones del trabajo son las siguientes:

(1) Las reservas de mayor calidad se agotarán más rápidamente que las de peor calidad independientemente de la estrategia elegida.

(2) Los precios de la empresa que explota las reservas de mayor calidad serán superiores a los de la otra empresa para todo el período de explotación, independientemente de la estrategia elegida por la empresa, lo que significa que las trayectorias de los precios no se cortan.

(3) La competencia de cantidades será «más conservacionista» para las reservas de mayor calidad, mientras que la de precios será «más conservacionista» para las de peor calidad. Pero si tenemos en cuenta que las reservas de peor calidad se agotan más tardíamente, podemos concluir que la competencia de precios da lugar a un resultado «más conservacionista» en la explotación de un recurso natural no renovable.

(4) La competencia de cantidades será «más monopolista» que la de precios con independencia de la calidad de las reservas, de manera que el precio inicial de Bertrand del recurso será siempre inferior al inicial de Cournot.

Finalmente señalaremos algunas de las cuestiones que tendrían que abordarse para completar esta investigación. Primeramente, habría que intentar la comparación de las trayectorias de precios para todo el período de explotación con el objeto de determinar si existe o no un punto de intersección. Por otra parte, se tendría que estudiar el caso de complementariedad, lo que resultaría bastante sencillo dada la dualidad existente entre el equilibrio de Bertrand y Cournot. Otro tema pendiente sería el de el análisis de la estrategia dominante en términos del valor presente descontado del recurso, tal y como lo tratan Gaudet y Moreaux (1989). También sería interesante analizar otras estructuras de la demanda como el caso de las funciones de demanda de elasticidad constante.

Referencias

Amigues, J. P.; Moreaux, M. y Gaudet, G. (1988): «Bertrand and Cournot equilibrium price paths in a nonrenewable resource differentiated product duopoly», en *Advances in Optimization and Control*, Eiselt, H. A. and Pederzoli, G., Springer-Verlag, Berlín.

Cheng, L. (1985): «Comparing Bertrand and Cournot equilibria: a geometric approach», *Rand Journal of Economics*, vol. 16, págs. 146-152.

Deneckere, R. (1983): «Duopoly supergame with product differentiation», *Economics Letters*, vol. 11, págs. 37-42.

Eswaran, M. y Lewis, T. (1985): «Exhaustible resources and alternative equilibrium concepts», *Canadian Journal of Economics*, vol. 18, págs. 459-473.

Gaudet, G. y Moreaux, M. (1989): «Price versus quantity rules in dynamic competition: the case of nonrenewable natural resources», Southern European Economics Discussion Series. D. P. 70, *International Economic Review* (forthcoming).

Gaudet, G. y Lasserre, P. (1988): «On comparing monopoly and competition in exhaustible resource exploitation», *Journal of Environmental Economics and Management*, vol. 15, págs. 412-218.

Hartwick, J. M. y Olewiler, N. D. (1986): *Economics of Natural Resources Use*, Harper & Row, New York.

Masseron, J. (1982): *L'economie des hydrocarbures*, Editions Technip, Paris.

Okuguchi, K. (1987): «Equilibrium prices in the Bertrand and Cournot oligopolies», *Journal of Economic Theory*, vol. 42, págs. 128-139.

Salant, S. (1976): «Exhaustible resources and industrial structure: a Nash-Cournot approach to the world oil market», *Journal of Political Economy*, vol. 48, págs. 1079-1093.

Shubik, M. y Levitan, R. (1980): *Market structure and behavior*, Harvard University Press, Cambridge.

Shing, N. y Vives, X. (1984): «Price and quantity competition in a differentiated duopoly», *Rand Journal of Economics*, vol. 15, págs. 546-554.

Sonnenschein, H. (1968): «The dual of duopoly is complementary monopoly: or, two of Cournot's theories are one», *Journal of Political Economy*, vol. 76, págs. 316-318.

Stiglitz, J. E. (1976): «Monopoly and the rate of extraction of exhaustible resources», *American Economic Review*, vol. 66, págs. 655-661.

Vives, X. (1984): «Duopoly information equilibrium: Cournot and Bertrand», *Journal of Economic Theory*, vol. 34, págs. 71-94.
Vives, X. (1985): «On the efficiency of Bertrand and Cournot equilibria with product differentiation», *Journal of Economic Theory*, vol. 36, págs. 166-175.

Abstract

In this paper the temporal paths of exploitation wich are derived from price competition an from quantity competition for a non renewable natural resource duopoly with different quality deposits are studied and compared.
This difference in quality is reflected into a distinct resource productivity such as industrial input, a difference that we have represented through an asymmetric, linear demand structure. The result obtained is that price competition is «more competitive» and «more conservationist» than quantity competition.

Recepción del original, enero de 1991
Versión final, abril de 1991