

## **EFFECTO IRREVERSIBILIDAD Y COSTES DE REASIGNACION**

José María USATEGUI

*Universidad del País Vasco*

*En este trabajo se analiza el problema de asignación de un determinado stock de un recurso entre dos usos alternativos en un modelo de dos períodos con incertidumbre inicial sobre los beneficios futuros de esos usos y sobre la irreversibilidad de uno de ellos, llegada de información al final del primer período y costes de modificación del uso de recurso. Los resultados obtenidos muestran las importantes consecuencias de la consideración de esos costes que han recibido una atención marginal en la literatura sobre el efecto irreversibilidad.*

### **1. Introducción**

Hay muchas situaciones en las que se desea asignar un stock determinado de dinero, tierra, tiempo o cualquier otro recurso entre usos alternativos en un contexto en el que existe incertidumbre sobre los beneficios futuros de esos usos y sobre la irreversibilidad o capacidad de alteración de las asignaciones realizadas. En esos problemas, es necesario además considerar la posibilidad de recibir en el futuro información que resuelva la incertidumbre existente y tener en cuenta los costes de modificar la distribución del recurso entre los usos alternativos.

En este trabajo se plantea un problema de asignación de un determinado stock de capital entre dos usos alternativos en un modelo de dos períodos que incorpora todos los aspectos mencionados anteriormente. Suponiendo que al final del primer período se recibe información exógena que resuelve toda la incertidumbre, se comparan en ese modelo las decisiones relativas a utilización del recurso en el primer período cuando se puede hacer uso en el segundo período de la información recibida (decisión informada) y cuando la decisión relativa al segundo período debe tomarse antes de la recepción de la información (decisión no informada). Este artículo prueba que es posible cualquier orden de mayor a menor entre las decisiones consideradas y muestra las relaciones entre esas decisiones en algunas situaciones concretas.

Estos resultados permiten situar en una perspectiva adecuada resultados previos sobre el «efecto irreversibilidad» e indican las importantes variaciones que se producen al considerar costes de modificación de la asignación del recurso.

La literatura que ha analizado el impacto del supuesto de irreversibilidad de alguno de los usos considerados y de la recepción de información en el futuro

sobre la decisión tomada en el período inicial, el denominado «efecto irreversibilidad», ha sido importante. Fisher, Krutilla y Cicchetti (1972) y Cummings y Norton (1974) discutieron las consecuencias de introducir el supuesto de irreversibilidad en una situación en la que los beneficios de los usos alternativos cambiaban con el tiempo de manera conocida. Arrow y Fisher (1974), Henry (1974a) y Henry (1974b) mostraron cómo la perspectiva de recibir información en el futuro afecta a la decisión tomada en el primer período. Freixas y Laffont (1984) estudiaron los supuestos necesarios para obtener el «efecto irreversibilidad». Jones y Ostroy (1984) incorporaron una estructura informacional que permite pensar acerca de la cantidad de información recibida en el futuro y establecieron un orden parcial entre usos alternativos según su flexibilidad. Viscusi (1985) consideró explícitamente incertidumbre sobre la irreversibilidad de ciertos usos y Miller y Lad (1984) elaboraron una aproximación bayesiana al proceso de toma de decisiones con irreversibilidad y llegada de información. Finalmente, el impacto de la introducción de costes de alterar la asignación del recurso ha sido considerado en Viscusi (1988). Sin embargo, este trabajo supone que esos costes son fijos y no estudia la decisión no informada que es relevante en situaciones económicas reales en las que por diversos motivos (presupuestarios, etc.) deba tomarse la decisión relativa al segundo período antes de la llegada de la información. Así, la literatura no ha analizado de forma sistemática las consecuencias de la introducción de costes de cambio de uso del recurso.

La posibilidad de que la irreversibilidad de uno de los usos sea incierta requiere, también, atención adicional. Nótese que el supuesto de irreversibilidad cierta que ha dominado en la literatura no es adecuado en muchas situaciones. Ignoramos si en el futuro podremos sacar dinero de un determinado país o si ciertas cuentas estarán congeladas. No sabemos si ciertos episodios de contaminación tienen efectos irreversibles o no: el caso de la contaminación del agua de un lago es un ejemplo. No está claro si ciertos usos agrícolas tienen consecuencias irreversibles como podría ser la desertización o salinización del suelo. En biotecnología, química, exploración espacial o medicina no estamos seguros acerca de la reversibilidad de ciertas decisiones. Por último, ¿qué grado de reversibilidad tiene la decisión de contratación de trabajadores realizada por una empresa?<sup>1</sup>.

El trabajo se ha organizado de la siguiente manera: El modelo analizado se presenta en la Sección 2. Las decisiones a comparar se analizan en la Sección 3. La Sección 4 contiene el resultado general para el problema planteado y desarrolla algunos casos particulares. La última sección elabora la conclusión e incluye un breve comentario sobre el caso en el que la información recibida no resuelve totalmente la incertidumbre existente.

<sup>1</sup> Se podría argüir que la reversibilidad es un problema de costes. Conforme a esta idea clasificaríamos un uso como irreversible cuando los costes de modificar ese uso sean tan grandes que el decisor nunca escogerá realizar esa modificación para el problema estudiado. Esta interpretación es compatible con el análisis presentado en este trabajo.

## 2. Modelo

Supongamos que un inversor neutral ante el riesgo y que pretende maximizar sus beneficios tiene una cantidad fija  $\bar{x}_0$  de un recurso al que llamaremos capital. Este recurso tiene dos usos:  $U$  y  $S$ . Si todo el capital está inicialmente dedicado al uso  $U$  queremos saber, en un contexto de dos períodos, cómo se distribuirá ese capital entre los usos  $U$  y  $S$  en cada período. Esta decisión se toma en una situación en la que, inicialmente, hay incertidumbre sobre los beneficios en el segundo período de los usos del capital y sobre la irreversibilidad del uso  $S$ , es decir, sobre la posibilidad de devolver al uso  $U$  unidades de capital que han sido traspasadas al uso  $S$  en el primer período<sup>2</sup>. La incertidumbre, sin embargo, se resuelve al final del primer período con la llegada de nueva información sobre los beneficios del segundo período y sobre la irreversibilidad del uso  $S$ <sup>3</sup>.

Consideremos, por tanto, que la función de beneficios del período 1 es  $H(x)$  y que hay dos posibles funciones de beneficios,  $B(x)$  y  $V(x)$ , para el segundo período.  $H(x)$  (análogamente  $B(x)$  y  $V(x)$ ) representa los beneficios de tener  $x$  unidades de capital dedicadas al uso  $S$  y  $\bar{x}_0 - x$  unidades de capital dedicadas al uso  $U$ , netos de cualesquiera costes asociados al mantenimiento de esas unidades de capital dedicadas a los usos mencionados. Supongamos que  $\forall x$   $H''(x) < 0, B''(x) < 0, V''(x) < 0$  (es decir, que  $H(x)$ ,  $B(x)$  y  $V(x)$  son cóncavas) y que  $V'(x) < H'(x) < B'(x)$ <sup>4</sup>. Al principio del período 1 hay una probabilidad  $p$  de que el uso  $S$  sea irreversible, una probabilidad  $q$  de que la función de beneficios del período 2 sea  $B(x)$  y una probabilidad  $1-q$  de que la función de beneficios sea, en cambio,  $V(x)$ .

Con relación a los costes de cambio del uso del capital supongamos que trasladar  $z$  unidades de capital del uso  $U$  al uso  $S$  en el período  $i$  ( $i = 1, 2$ ), cuesta  $C(z)$  con  $C'(z) > 0$  y  $C''(z) > 0 \forall z$  y que trasladar  $z$  unidades de capital del uso  $S$  al uso  $U$ , si el uso  $S$  es reversible, cuesta  $t.C(z)$  con  $t > 0$ .

Por último, las decisiones sobre la utilización del capital se realizan al principio de cada período y los beneficios y costes de esas decisiones se obtienen a lo largo de los correspondientes períodos.

<sup>2</sup> La incertidumbre sobre la irreversibilidad del uso  $S$  puede ser consecuencia, por ejemplo, de la posibilidad de que las autoridades económicas impidan trasladar capital en el período 2 del uso  $S$  al uso  $U$ : prohibición de sacar fondos de un país, congelación de ciertas cuentas, etc.

<sup>3</sup> La información recibida no depende de la cantidad de capital que haya sido transvasada desde el uso  $U$  al uso  $S$ . Para un análisis en el que dicha dependencia existe véanse Cyert, De Groot y Holt (1978) y Miller y Lad (1984).

<sup>4</sup> Nótese que podría ser  $V(x) > H(x) > B(x) \forall x$ . Por otra parte  $V'(x) < H'(x) < B'(x) \forall x$  implica que los beneficios de tener una unidad adicional de capital en el uso  $S$  pueden aumentar o disminuir en el segundo período con relación al primer período. No se consideran aquí los casos más sencillos en los que  $B'(x) > V'(x) > H'(x) \forall x$  o  $H'(x) > B'(x) > V'(x) \forall x$ .

### 3. Decisiones

En la situación modelizada en la Sección 2 denominemos  $x_1^*$  a la decisión sobre traslado de capital del uso  $U$  al  $S$  tomada por el inversor en el primer período y  $x_{2b}$  ( $x_{2v}$ ) a la cantidad total de capital que estará dedicada al uso  $S$  después de la decisión correspondiente al segundo período en el caso en que  $B(x)$  ( $V(x)$ ) resulte ser la función de beneficios de ese período. Es claro que  $B'(x_1^*) > 0$  ya que  $B'(x) > H'(x) > V'(x) \forall x$  y, por lo tanto,  $x_{2b}$  será la solución de

$$\text{Max}_{x_2} (B(x_2) - C(x_2 - x_1^*)),$$

es decir, cumplirá  $B'(x_{2b}) = C'(x_{2b} - x_1^*)^5$ .

Por otra parte, para que el problema resulte interesante, supongamos que el inversor desearía pasar unidades de recurso del uso  $S$  al  $U$  en el segundo período si  $V(x)$  resulta ser la función de beneficios de ese período<sup>6</sup>. Si el uso  $S$  es irreversible será  $x_{2v} = x_1^*$ . Si, en cambio, el uso  $S$  es reversible, y suponiendo que una unidad de capital dedicada a un determinado uso en el período 2 produce los mismos beneficios independientemente de cuál haya sido el uso de esa unidad durante el período 1,  $x_{2v}$  será la solución de

$$\text{Max}_{x_2} (V(x_2) - tC'(x_1^* - x_2))$$

y cumplirá

$$V'(x_{2v}) = -tC'(x_1^* - x_{2v})^7.$$

Si consideramos que no hay descuento del futuro<sup>8</sup>, encontramos la decisión  $x_1^*$  del período 1 que maximiza los beneficios esperados resolviendo el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{x_1} z = & H(x_1) - C(x_1) + q[B(x_{2b}) - C(x_{2b} - x_1)] + \\ & + (1-q)[pV(x_1) + (1-p)(V(x_{2b}) - tC(x_1 - x_{2v}))]. \end{aligned}$$

<sup>5</sup> Para simplificar la presentación voy a suponer que todos los problemas de maximización considerados tienen soluciones interiores. Tener en cuenta soluciones de extremos requeriría sustituir las condiciones de primer orden propuestas por las correspondientes condiciones de Kuhn-Tucker. Nótese, por otra parte, la verificación de las condiciones de segundo orden.

<sup>6</sup> Esto implica que  $V'(x_1^*) < 0$ . Si en el segundo período el inversor quiere, cualquiera que sea la información recibida, pasar unidades de capital del uso  $U$  al  $S$ , resultaría irrelevante la posible irreversibilidad del uso  $S$ .

<sup>7</sup> El caso en el que los beneficios dependieran del uso de la unidad de capital durante el período 1 puede incorporarse fácilmente en el análisis.

<sup>8</sup> Los resultados del artículo no dependen de la consideración de un término de descuento.

Así, se verificará

$$C'(x_1^*) = H'(x_1^*) + qB'(x_{2b}) + (1-q)[pV'(x_1^*) + (1-p)(V'(x_{2v}))]. \quad [1]$$

Esta condición indica que se trasladará capital del uso  $U$  al uso  $S$  hasta que el coste marginal del traslado iguale a la suma del beneficio de ese traslado en el período 1 más el beneficio marginal esperado de tener una unidad más de capital en el uso  $S$  en el período 2<sup>9</sup>. Incorpora el hecho de que, como consecuencia de los costes de cambio de uso, la decisión del período 1 es importante no sólo si se desea reducir la cantidad de capital en el uso  $S$  en el período 2 sino también cuando se quiera aumentar en el segundo período la cantidad de capital en dicho uso.

Planteemos ahora otro problema de decisión suponiendo que no se recibe información al final del período 1 sobre la función de beneficios del período 2. O, alternativamente, supongamos que el inversor debe comprometer su decisión relativa al período 2 antes de la llegada de la información. Si denominamos  $\bar{x}_1$  y  $\bar{x}_2$  a las cantidades totales de capital dedicadas al uso  $S$  en esta situación en cada uno de los períodos, notemos que  $\bar{x}_2$  puede ser mayor, igual o menor que  $\bar{x}_1$ , es decir, puede ocurrir que el inversor desee aumentar, mantener invariantes o reducir en el período 2 el número de unidades de capital dedicadas al uso  $S$ . En el primer caso,  $\bar{x}_2$  será la solución de

$$\text{Max}_{x_2} (qB(x_2) + (1-q)V(x_2) - c(x_2 - \bar{x}_1))$$

y, por lo tanto, cumplirá

$$qB'(\bar{x}_2) + (1-q)V'(\bar{x}_2) = C'(\bar{x}_2 - \bar{x}_1),$$

mientras que  $\bar{x}_1$  será la solución de

$$\text{Max}_{x_1} F = H(x_1) - C(x_1) + qB(\bar{x}_2) + (1-q)V(\bar{x}_2) - C(\bar{x}_2 - \bar{x}_1)$$

y verificará

$$C'(\bar{x}_1) = H'(\bar{x}_1) + qB'(\bar{x}_2) + (1-q)V'(\bar{x}_2). \quad [2]$$

El inversor, en cambio, no deseará variar en el período 2 su decisión del período 1 si ocurre simultáneamente que

$$qB'(\bar{x}_1) + (1-q)V'(\bar{x}_1) = 0$$

y que  $C'(\bar{x}_1) = H'(\bar{x}_1)$ . Por último, si el inversor desea trasladar unidades de capital del uso  $S$  al uso  $U$  en el período 2, será  $\bar{x}_2 = \bar{x}_1$  con probabilidad  $p$  y con probabilidad  $1-p$   $\bar{x}_2$  será la solución de

$$\text{Max}_{x_2} (qB(x_2) + (1-q)V(x_2) - tC'(\bar{x}_1 - x_2))$$

<sup>9</sup> Dependiendo de las circunstancias (información recibida) esa unidad adicional será la  $i$ -ésima,  $j$ -ésima o  $k$ -ésima unidad de capital en el uso  $S$ .

y, en este caso, cumplirá

$$qB'(\bar{x}_2) + (1-q)V'(\bar{x}_2) = -tC'(\bar{x}_1 - \bar{x}_2),$$

mientras que  $\bar{x}_1$  será la solución de

$$\begin{aligned} \text{Max}_{x_1} G = & H(x_1) - C(x_1) + p[qB(x_1) + (1-q)V(x_1)] + \\ & + (1-p)[qB(\bar{x}_2) + (1-q)(V(\bar{x}_2) - tC(x_1 - \bar{x}_2))] \end{aligned}$$

y verificará

$$\begin{aligned} C'(\bar{x}_1) = & H'(\bar{x}_1) + p[qB'(\bar{x}_1) + (1-q)V'(\bar{x}_1)] + \\ & + (1-p)[qB'(\bar{x}_2) + (1-q)V'(\bar{x}_2)]. \end{aligned} \quad [3]$$

Estamos interesados en comparar las decisiones  $x_1^*$  y  $\bar{x}_1$  para así averiguar cómo influye el conocimiento de que se va a recibir nueva información en el futuro, o la incapacidad para hacer uso de esa información, sobre la decisión a tomar en el primer período en un contexto en el que modificar el coste de uso del capital es costoso<sup>10 11</sup>. Esta comparación es el objeto de la siguiente Sección. Pero antes de proseguir nótese que, a partir de las ecuaciones [1], [2] y [3], resulta claro que  $x_1^*$  y  $\bar{x}_1$  serán, en general, diferentes incluso aunque  $p = 0$ , es decir, los costes de cambio de uso hacen que la decisión informada  $x_1^*$  y la decisión no informada  $\bar{x}_1$  no coincidan, en general, incluso aunque el uso  $S$  sea reversible<sup>12</sup>.

#### 4. Resultados

A partir del planteamiento realizado en las secciones anteriores podemos elaborar una serie de resultados en torno a la relación entre  $x_1^*$  y  $\bar{x}_1$ . Para empezar tenemos:

*Proposición 1:* Cuando  $C(z) = 0 \quad \forall z$ :

- i)  $\bar{x}_1 > x_1^*$  si  $p \neq 0$
- ii)  $\bar{x}_1 = x_1^*$  si  $p = 0$ .

<sup>10</sup> Las decisiones  $x_1^*$  y  $\bar{x}_1$  corresponden a lo que en la terminología de Miller y Lad (1984) serían las decisiones flexible y fija, respectivamente.

<sup>11</sup> La unicidad de las soluciones de las ecuaciones [1], [2] y [3] puede no ser obvia. En el Apéndice se presenta una prueba de la unicidad de las soluciones de esas ecuaciones.

<sup>12</sup> Nótese, sin embargo, que si  $H$ ,  $B$  y  $V$  son lineales será  $x_1^* = \bar{x}_1$  cualquiera que sea la forma funcional de  $C(z)$ . La razón para ello es que, en este caso, los beneficios esperados de tener una unidad más en el uso  $S$  en el período 2 son de hecho independientes del número de unidades de capital dedicadas al uso  $S$  en ese período. En consecuencia, lo que «traemos» desde el período 2 a nuestro problema de decisión del período 1 es lo mismo en el caso de la decisión informada  $x_1^*$  y de la decisión no informada  $\bar{x}_1$ . De aquí la importancia del supuesto  $H'' < 0$ ,  $B'' < 0$  y  $V'' < 0$ .

*Prueba:* Sabemos que

$$0 = H'(x_1^*) + (1 - q)pV'(x_1^*) < H'(x_1^*),$$

$$0 = H'(\bar{x}_1) \text{ si } \bar{x}_2 > \bar{x}_1 \text{ y}$$

$0 = H'(\bar{x}_1) + p[qB'(\bar{x}_1) + (1 - q)V'(\bar{x}_1)]$  si el inversor desea trasladar unidades de capital del uso  $S$  al uso  $U$  en el período 2.

Así, si  $p \neq 0$  y  $\bar{x}_2 > \bar{x}_1$  se cumple

$$H'(x_1^*) > 0 = H'(\bar{x}_1)$$

con lo que  $\bar{x}_1 > x_1^*$  ya que  $H'' < 0$ .

Por otra parte, si el inversor desea trasladar unidades de capital del uso  $S$  al uso  $U$  en el período 2 será  $B'(\bar{x}_1) > 0$  y

$$H'(\bar{x}_1) + p(1 - q)V'(\bar{x}_1) < 0 = H'(x_1^*) + (1 - q)pV'(x_1^*).$$

Pero, dado que  $H'' < 0$  y  $V'' < 0$ , esa desigualdad implica  $\bar{x}_1 > x_1^*$  si  $p \neq 0$ .

Cuando  $p = 0$ , en cambio, es claro que  $\bar{x}_1 = x_1^*$ .

Q.E.D.

La Proposición 1 recoge el denominado Efecto Irreversibilidad al mostrar que, si existe alguna posibilidad de que el uso  $S$  sea irreversible, la perspectiva de recibir información sobre beneficios antes del momento de la toma de decisiones en el período 2 hace que se traslade menos capital del uso  $U$  al uso  $S$  en el primer período<sup>13</sup>

Cuando se consideran, sin embargo, otros costes de cambio de uso del capital, además de los ya implícitos en la posible irreversibilidad del uso  $S$ , se obtiene como resultado general:

*Proposición 2:* Es posible cualquier orden de mayor a menor entre las decisiones  $x_1^*$  o informada y  $\bar{x}_1$  o no informada.

*Prueba:* El siguiente ejemplo basta para probar este resultado: Consideremos que  $H'(x) = 100 - x$ ,  $B'(x) = 120 - x$ ,  $V'(x) = 50 - x$ ,  $C'(z) = z$ ,  $q = 0,5$  y  $t = 0,4$ . Entonces tenemos  $\bar{x}_1 = 57$  y

$$\begin{aligned} \text{si } p = 0,3 & \rightarrow x_1^* = 57 \\ \text{si } p = 0,6 & \rightarrow x_1^* = 56,7 \\ \text{si } p = 0,1 & \rightarrow x_1^* = 57,8. \end{aligned}$$

Q.E.D.

Como consecuencia de este resultado no podemos asegurar que la perspectiva de recibir información sobre beneficios en el futuro lleve a adoptar una

<sup>13</sup> Obsérvese en la prueba de la Proposición 1 que cuando no hay costes de reasignación y  $\bar{x}_2 > \bar{x}_1$  la decisión  $\bar{x}_1$  coincide con la decisión miópica que no tiene en cuenta el futuro.

decisión que asigna menos capital al uso que puede resultar irreversible. La razón para ello estriba en que los costes de trasladar capital del uso  $U$  al  $S$  junto al posible atractivo del uso  $S$  en el período 2 pueden llegar a compensar esa irreversibilidad incierta para ciertos valores y formas funcionales de los parámetros y funciones del problema. Así, la posible irreversibilidad del uso  $S$  es simplemente un coste más entre otros que hay que pagar para cambiar el uso del capital<sup>14</sup>.

El resultado general contenido en la Proposición 2 puede concretarse particularizando las formas funcionales y/o los parámetros del problema. El siguiente Corolario es un ejemplo de ello

*Corolario 1:* Si  $H'(x) = H - x$ ,  $B'(x) = B - x$  y  $V'(x) = V - x$  se cumple que:

$$i) \quad qB + (1 - q)V - c > H \Leftrightarrow \bar{x}_1 > x_1^* \text{ si } C'(z) = c,$$

e ii) si  $C'(z) = z$  y  $\bar{x}_2 > \bar{x}_1$ , para cualquier  $\Theta \in (>, =, <)$ :

$$t \Theta \quad 1 - 2p \Leftrightarrow \bar{x}_1 \Theta x_1^*.$$

*Prueba:*

i) En este caso  $x_{2b} = B - c$ ,  $x_{2v} = V + tc$ ,

$$x_1^* = \frac{H + (1 - q)pV - c(1 - q)(1 + (1 - p)t)}{1 + (1 - q)p} y, \text{ si } \bar{x}_1 > \bar{x}_2,$$

$$\bar{x}_2 = qB + (1 - q)V - c \quad y \quad \bar{x}_1 = H.$$

En consecuencia, ocurre que

$$qB + (1 - q)V - c = \bar{x}_2 > H = \bar{x}_1$$

<sup>14</sup> Cualquier orden de mayor a menor es también posible entre las decisiones  $\bar{x}_1$ ,  $x_1^*$  y  $x_1^M$  o decisión miópica que sólo tiene en cuenta los beneficios y costes del primer período. Considérense los siguientes ejemplos:

*Ejemplo B:*

$$H'(x) = 100 - x, \quad B'(x) = 104 - x, \quad V'(x) = 10 - x,$$

$$C'(z) = z, \quad q = 0,5, \quad t = 0,4 \quad y \quad p = 0,6.$$

Será:

$$\bar{x}_1 = 51,4 \quad x_1^* = 49,8 \quad x_1^M = 50.$$

*Ejemplo C:*

$$H'(x) = 100 - x, \quad B'(x) = 110 - x, \quad V'(x) = 10 - x,$$

$$C'(z) = z \quad y \quad q = 0,1. \text{ Si } t = 0,1 \text{ y } p = 0,6 \text{ será:}$$

$$\bar{x}_1 = 42,7 \quad x_1^* = 42,4 \quad x_1^M = 50$$

si  $t = 0,05$  y  $p = 0,02$  será:

$$\bar{x}_1 = 48,96 \quad x_1^* = 50,28 \quad x_1^M = 50$$



y que

$$\bar{x}_1 = H > \frac{H + (1-q)pV - c(1-q)(1+(1-p)t)}{1 + (1-q)p} = x_1^*$$

ya que  $(1-q)p(H-V) > 0 > -c(1-q)(1+(1-p)t)$ .

$$\text{ii) En este caso } x_1^* = \frac{2H + qB + (1-q)\frac{p+t}{1+t}2V}{4 + q + (1-q)2\frac{p+t}{1+t}},$$

$$\text{si } \bar{x}_2 > \bar{x}_1: \bar{x}_2 = \frac{qB + (1-q)V + \bar{x}_1}{2} \text{ y}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{2H + qB + (1-q)V}{5}, \text{ y}$$

$$\text{si } \bar{x}_2 = \bar{x}_1: \bar{x}_2 = \bar{x}_1 = \frac{H}{2} = qB + (1-q)V.$$

Por tanto, se obtiene que  $\bar{x}_1 = x_1^*$  si  $t = 1 - 2p$ . Además, si hacemos  $z = \frac{2(p+t)}{1+t}$  será

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_1^*}{\partial z} &= \frac{(1-q)V(4+q+(1-q)z) - (1-q)(2H+qB+(1-q)vZ)}{(4+q+(1-q)z)^2} = \\ &= \frac{(1-q)[(4+q)V - 2H - qB]}{(4+q+(1-q)z)^2} < 0 \end{aligned}$$

donde la última desigualdad es consecuencia del supuesto

$$\begin{aligned} V - x_1^* &= \frac{(4+q+(1-q)2\frac{p+t}{1+t})V - 2H - qB - (1-q)\frac{p+t}{1+t}2V}{4+q+(1-q)2\frac{p+t}{1+t}} = \\ &= \frac{(4+q)V - 2H - qB}{4+q+(1-q)2\frac{p+t}{1+t}} < 0^{15}. \text{ En consecuencia, y dado que } \bar{x}_1 \text{ no de-} \end{aligned}$$

<sup>15</sup> Recuérdese que se ha supuesto que resulta óptimo pasar unidades de capital del uso S a U en el segundo período si  $V(x)$  es la función de beneficios de ese período.

pende en este caso de  $z$ , se cumplirá  $t \Theta 1 - 2p \Leftrightarrow \bar{x}_1 \Theta x_1^*$  para cualquier  $\Theta \in (>, =, <)$ .

Q.E.D.

El caso i) del corolario 1 considera una situación en la que existen rendimientos constantes a escala en el cambio de uso del capital cuando dicho cambio es posible. En el caso ii), en cambio, se supone un coste marginal de cambio de uso del capital creciente<sup>16</sup>. Los resultados contenidos en el Corolario 1 indican de qué variables depende el que  $\bar{x}_1$  sea mayor, igual o menor que  $x_1^*$  en el caso particular en que las funciones  $H'$ ,  $B'$  y  $V'$  adoptan una forma lineal sencilla.

De la parte ii) del Corolario 1 podría intuirse que  $x_1^*$  sólo será mayor que  $\bar{x}_1$  si  $p$  y  $t$  son suficientemente pequeñas. Pero ésto no es verdadero en general. Es decir, la idea de que  $x_1^*$  es mayor que  $\bar{x}_1$  sólo si la posible irreversibilidad del uso  $S$  es compensada por una gran probabilidad de que ese uso sea reversible a bajo coste no es correcta. Cuando consideramos funciones marginales no lineales  $x_1^*$  puede ser mayor que  $\bar{x}_1$  incluso aunque  $p = 1$  o si  $t$  es grande. Basta para ello con que el atractivo del uso  $S$  en el período 2 asociado a la función de beneficios  $B(x)$  sea notable y el coste de trasladar capital del uso  $U$  al  $S$  aumente con cierta rapidez. Estas circunstancias desaconsejarán la colocación en el primer período de una cantidad pequeña de capital en el uso  $S$  que impida aprovechar, en su caso, esos importantes beneficios asociados a este uso en el segundo período.

## 5. Conclusión

En este trabajo se ha analizado el problema de asignación de un determinado stock de un recurso, que hemos denominado capital, entre dos usos alternativos  $U$  y  $S$  en una situación en la que el uso  $S$  puede ser irreversible y existen costes de cambio del uso del recurso. Se ha considerado un modelo de dos períodos con incertidumbre inicial no sólo sobre la irreversibilidad del uso  $S$  sino también sobre los beneficios que proporcionan ambos usos en el segundo período.

Suponiendo que al final del primer período se recibe información exógena que resuelve toda la incertidumbre, el trabajo ha comparado las decisiones relativas a utilización del recurso en el primer período cuando se puede hacer uso en el segundo período de la información recibida (decisión  $x_1^*$ ) y cuando la decisión relativa al segundo período debe tomarse antes de que llegue la información (decisión  $\bar{x}_1$ ). Se ha probado que es posible cualquier orden de mayor a menor entre las decisiones  $x_1^*$  y  $\bar{x}_1$ . Se han mostrado también las relaciones entre esas decisiones en algunas situaciones concretas.

<sup>16</sup> El requisito  $\bar{x}_2 \gg \bar{x}_1$  de este caso implica restricciones sobre las funciones de beneficios. Por ejemplo, con  $H \ll 2V$  se garantiza que  $\bar{x}_2 > \bar{x}_1$ .

La Sección 4 de este trabajo permite situar en una perspectiva adecuada resultados previos sobre el «efecto irreversibilidad». Se observan, así, las importantes modificaciones que se producen al considerar costes de cambio de uso. De hecho con estos costes y con la irreversibilidad incierta del uso  $S$  no es evidente que dedicar menos capital al uso  $S$  sea una decisión más flexible en el sentido de Jones y Ostroy (1984).

Se deducen también claramente de este trabajo las diferencias entre  $\bar{x}_1$  y la decisión miópica  $y$ , por tanto, se hacen patentes las limitaciones de aquellos resultados de la literatura relativos a comparaciones entre  $x_1^*$  y la decisión miópica exclusivamente<sup>17</sup>.

Aunque en el trabajo se ha supuesto que la incertidumbre sobre beneficios se resuelve completamente al final del primer período, los resultados obtenidos seguirían siendo válidos si la resolución de la incertidumbre sobre beneficios fuera sólo parcial. Así, si hay una probabilidad  $q(1-q)$  de que al final del primer período recibamos información que asigne una probabilidad  $b$  con  $b > q$  ( $v$  con  $v < q$ ) al suceso representado por una función de beneficios  $B(x)$  para el segundo período y una probabilidad  $1-b$  ( $1-v$ ) al suceso representado por una función de beneficios  $V(x)$  para el segundo período y si se verifica  $q = qb + (1-q)v$ , una disminución en la diferencia  $b - q$ , que podría ser denominada grado de resolución de la incertidumbre, acerca la decisión  $x_1^*$  a la  $\bar{x}_1$  pero mantiene la relación entre ambas.

El interés de los resultados obtenidos en este trabajo se basa en la existencia de muchos problemas de asignación que combinan posibles irreversibilidades con problemas de información y costes de modificación de decisiones tomadas previamente. En estas situaciones pueden derivarse resultados que no coinciden con los obtenidos en la literatura anterior sobre irreversibilidad.

### Apéndice: Unicidad de las soluciones de las ecuaciones [1], [2] y [3]

Si denominamos  $L(x_1) = qC'(x_{2b} - x_1) + (1-q)(1-p)(-tC'(x_1 - x_{2v}))$  y  $D(x_1) = qB'(\bar{x}_2) + (1-q)V'(\bar{x}_2)$ , la ecuación [1] tendrá solución única si  $\frac{dL(\bar{x}_1)}{dx_1} \leq 0$  y las ecuaciones [2] y [3] la tendrán si  $\frac{dD(x_1)}{dx_1} \leq 0$  en los casos respectivos (es decir, cuando  $\bar{x}_2 > \bar{x}_1$  para la ecuación [2] y  $\bar{x}_2 < \bar{x}_1$  para la ecuación [3]). Sabemos que:

$$\frac{dL(x_1)}{dx_1} = qC''(x_{2b} - x_1) \left( \frac{dx_{2b}}{dx_1} - 1 \right) + (1-q)(1-p)tC''(x_1 - x_{2v}) \cdot \left( \frac{dx_{2v}}{dx_1} - 1 \right),$$

<sup>17</sup> Por ejemplo, al sustituir una función  $C(z) = 0$ , que supone ausencia de costes de reasignación, por una función  $C(z) = A$ , que implica costes fijos de reasignación, la decisión miópica no varía pero las decisiones  $\bar{x}_1$  y  $x_1^*$  sí lo hacen. Así, el resultado presentado en Viscusi (1988) es consecuencia de esa modificación en la función de costes de reasignación.

$$\text{si } \bar{x}_2 > \bar{x}_1: \frac{dD(x_1)}{dx_1} = C''(\bar{x}_2 - x_1) \left( \frac{d\bar{x}_2}{dx_1} - 1 \right)$$

$$\text{y si } \bar{x}_2 < \bar{x}_1: \frac{dD(x_1)}{dx_1} = -tC''(x_1 - \bar{x}_2) \left( 1 - \frac{d\bar{x}_2}{dx_1} \right).$$

Así, necesitamos comparar  $\frac{dx_{2b}}{dx_1}$ ,  $\frac{dx_{2v}}{dx_1}$  y  $\frac{d\bar{x}_2}{dx_1}$  con 1. Se cumple que:

$$\frac{dx_{2b}}{dx_1} = \frac{C''}{C'' - B''} \begin{matrix} \geq 0 \\ < 1, \end{matrix}$$

$$\frac{dx_{2v}}{dx_1} = \frac{tC''}{tC'' - V''} \begin{matrix} \geq 0 \\ < 1, \end{matrix}$$

$$\text{si } \bar{x}_2 > \bar{x}_1: \frac{d\bar{x}_2}{dx_1} = \frac{C''}{tC'' - qB'' - (1-q)V''} \begin{matrix} \geq 0 \\ < 1 \end{matrix}$$

$$\text{y si } \bar{x}_2 < \bar{x}_1: \frac{d\bar{x}_2}{dx_1} = \frac{tC''}{tC'' - qB'' - (1-q)V''} \begin{matrix} \geq 0 \\ < 1 \end{matrix}$$

Por tanto, queda probado que  $\frac{dL(x_1)}{dx_1} < 0$  y que  $\frac{dD(x_1)}{dx_1} < 0$  tanto si  $\bar{x}_2 > \bar{x}_1$  como si  $\bar{x}_2 < \bar{x}_1$ .

<sup>18</sup> Para simplificar la presentación escribimos  $C''$  en vez de  $C''(x_{2b} - x_1)$ , etc.

## Referencias

- Arrow, K. J. y Fisher, A. C. (1974): «Environmental Preservation, Uncertainty and Irreversibility», *Quart. J. Econom.*, vol. 88, págs. 312-319.
- Cummings, R. y Norton, V. (1974): «The Economics of Environmental Preservation», *Amer. Econom. Rev.*, vol. 64, págs. 1021-1024.
- Cyert, R. M., de Groot, M. H. y Holt, C. A. (1978): «Sequential Investment Decisions with Bayesian Learning», *Management Science*, vol. 24, págs. 712-718.
- Fisher, A. C., Krutilla, A. C. y Cicchetti, Ch. J. (1972): «The Economics of Environmental Preservation: A Theoretical and Empirical Analysis», *Amer. Econom. Rev.*, vol. 62, págs. 605-619.
- Freixas, X. y Laffont, J. J. (1984): *On the Irreversibility Effect*, in «Bayesian Models in Economic Theory» (Boyer, M. y Kihlstrom, R. E., Ed.), North-Holland, Amsterdam.
- Henry, C. (1974a): «Option Values in the Economics of Irreplaceable Assets», *Rev. Econom. Stud.*, vol. 41, págs. 89-104.
- Henry, C. (1974b): «Investment Decisions under Uncertainty: The Irreversibility Effect», *Amer. Econom. Rev.*, vol. 64, págs. 1006-1012.
- Jones, R. A. y Ostroy, J. M. (1984): «Flexibility and Uncertainty», *Rev. Econom. Stud.*, vol. 51, págs. 13-32.
- Miller, J. R. y Lad, F. (1984): «Flexibility, Learning and Irreversibility in Environmental Decisions: A Bayesian Approach», *J. Environ. Econom. Management*, vol. 11, págs. 161-172.
- Viscusi, W. K. (1985): «Environmental Policy Choice with and Uncertain Chance of Irreversibility», *J. Environ. Econom. Management*, vol. 12, págs. 28-44.
- Viscusi, W. K. (1988): «Irreversible Environmental Investments with Uncertain Benefit Levels», *J. Environ. Econom. Management*, vol. 15, págs. 147-157.

## Abstract

This paper analyzes the consequences of considering costs of changing the allocation of a resource on the decision of allocation of a given stock of that resource between two alternative uses. It is shown how the irreversibility effect may in this situation be compensated by other cost effects in a two period model with initial uncertainty about future benefits of those uses and about the irreversibility of one of them, and with arrival of information at the end of the first period.

*Recepción del original, julio de 1989*

*Versión final, octubre de 1989*