

LA PRODUCTIVIDAD INDUSTRIAL DE LAS COMUNIDADES AUTÓNOMAS

Diego PRIOR JIMENEZ

Universidad Autónoma de Barcelona

En este trabajo se analiza el proceso de producción industrial español, desagregado por comunidades autónomas (CC.AA.), desde el punto de vista de su eficiencia técnica.

Con tal fin, se desarrolla una metodología que parte de la definición de eficiencia frontera de Farrell para formular mediciones del nivel absoluto y de las tasas de variación de la productividad global.

1. Determinación de la frontera eficiente

El modelo de productividad global de los factores que vamos a aplicar forma parte de los denominados «modelos frontera»; fue inicialmente enunciado por Farrell (1957) y consiste en calcular la cercanía o no a la frontera eficiente de una determinada medición de productos y factores consumidos.

El cálculo de la eficiencia técnica de Farrell ha tenido, en su aplicación, diversas formulaciones. La primera de ellas se ha basado en definir previamente una función de producción y proceder a la estimación de los coeficientes de forma no paramétrica (Aigner y Chu —1968—, Forsund y Hjalmarsson —1979— y Nishimizu y Page —1982—). Otras aplicaciones, en cambio, realizan las mediciones de eficiencia técnica sin definir *a priori* una determinada función de producción (Byrnes, Färe y Grosskopf —1984— y Färe, Grosskopf y Logan —1985—).

Siguiendo esta segunda aproximación, asumamos que, en la determinación de la eficiencia técnica de Farrell, hay una serie de mediciones (k) de *output* producido (Q) con n *inputs*. Supongamos que se conoce el vector de los *outputs* observados M (de orden k) y la matriz N (de orden $k \times n$) de los *inputs* empleados. El primer paso será la definición de la tecnología que transforma un vector de *inputs* (X_j) en el *output* producido (Q_j). Siguiendo a Shephard (1970), una tecnología lineal que cumple las propiedades de regularidad, monotonicidad, convexidad, ausencia de congestión¹ y rendimientos constantes a escala, puede ser definida como:

$$L(Q) = \{X \in R_+^n: Z \cdot N \leq X, Z \cdot M \leq Q, Z \in R_+^k\} \quad [1]$$

¹ El supuesto de ausencia de congestión impide que el *output* decrezca ante aumentos en las cantidades de un *input*.

Donde Z es un vector de intensidad en la utilización de los *inputs* ($Z \geq 0$), y $L(Q)$ es el conjunto de requerimientos de factores productivos que permite producir, al menos, el *output* Q .

Dado el conjunto de requerimientos de *inputs*, puede ser definida una medida de eficiencia técnica de Farrell (ε) como el incremento que se podría obtener en el *output* de una determinada medición, a partir del conocimiento de las combinaciones de *inputs* y *outputs* que forman parte de la frontera eficiente. De esta forma, el *output* potencial (frontera) de la unidad que evaluamos (j) será:

$$Q_j/\varepsilon_j$$

Lógicamente, deberá cumplirse que $0 \leq \varepsilon_j \leq 1$. Si el nivel de ε_j es la unidad, deduciremos que Q_j se halla en la frontera eficiente. En caso contrario, ε_j nos indicará la distancia que separa al *output* Q_j del nivel frontera que se conseguiría ponderando la intensidad de los *inputs* en aquellas combinaciones que sí son frontera.

Para el cálculo de esta medida de eficiencia, Byrnes Färe y Grosskopf (1984) y Färe, Grosskopf y Logan (1985), formalizaron el siguiente programa de minimización condicionada:

$$\begin{array}{ll} \text{MIN. } \varepsilon_j & \\ \text{s.a.: } & Z \cdot M \geq Q_j/\varepsilon_j \\ & Z \cdot N \leq X_j \\ & Z \geq 0 \end{array} \quad [2]$$

La formulación anterior puede ser analizada en el Gráfico 1. Para ello, supongamos que se produce un único *output* (Q) mediante el consumo de un único *input* (X). Dadas las combinaciones de factor y producto, el conjunto que ilustra la tecnología definida en [1] viene definida por el rayo OE y el eje de abscisas. Si queremos evaluar el punto A, dado que en la solución frontera sólo se encuentra el punto B o alguna ponderación de él, el coeficiente de eficiencia técnica será $\varepsilon_A = Q_A/Q_A^* < 1$ y Z será inferior a la unidad ($X_A < X_B$).

De todo lo anterior se desprende que al minimizar la expresión [2] podemos comparar los valores de una medición no frontera de dimensiones muy pequeñas (A) con una frontera que se deduce de una medición de tamaño muy superior.

La formulación de Färe, Grosskopf y Logan también permite determinar la frontera eficiente en el caso de rendimientos no constantes. La adaptación a este supuesto de la expresión [2] se consigue alterando el vector de intensidad. Para ello, consideremos un conjunto de requerimientos de factores productivos más restrictivo:

$$L(Q) = \{X \in R_+^n: Z \cdot N \leq X, Z \cdot M \geq Q, Z = 1\} \quad [3]$$

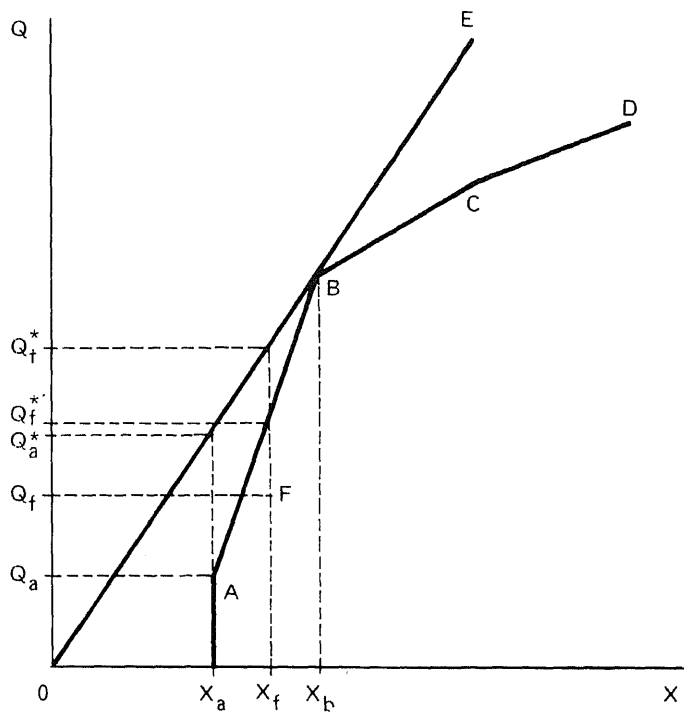


Gráfico 1

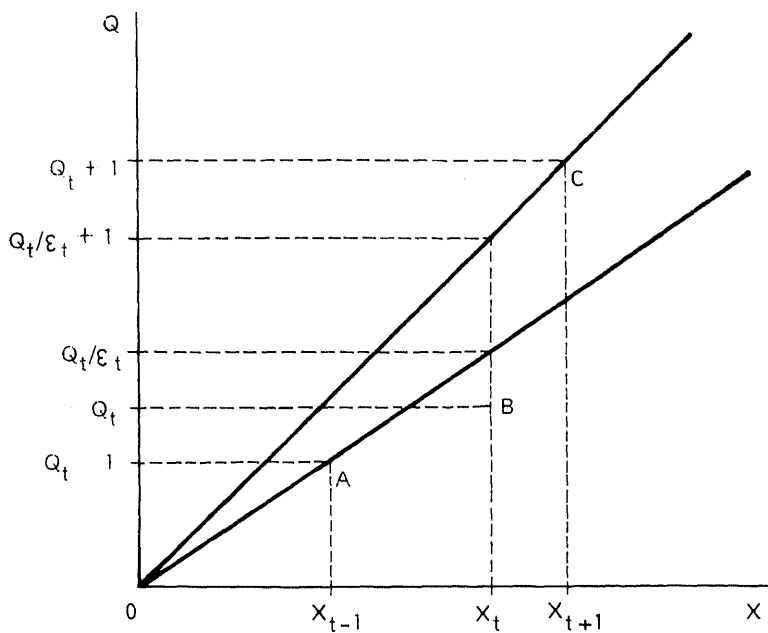


Gráfico 2

Esta tecnología nos definirá un conjunto convexo que, en el Gráfico 1, estaría definido por los puntos X_4, A, B, C, D y el eje de abscisas. En este caso, $\varepsilon_4 = 1$ y $\varepsilon_i = Q_i/Q_i^* < 1$.

Mediante la restricción $Z = 1$ se consideran tan sólo puntos frontera de dimensiones similares a la medición que se evalúa. Así pues, la formulación del coeficiente de eficiencia técnica de Farrell, para una tecnología que presente rendimientos no constantes a escala, será:

$$\begin{array}{l} \text{MIN. } \varepsilon_j \\ \text{s.a.: } Z \cdot M \geq Q_j/\varepsilon_j \\ Z \cdot N \leq X_j \\ Z = 1 \end{array} \quad [4]$$

2. Determinación del progreso tecnológico y del cambio en la eficiencia técnica

La metodología que se ha expuesto anteriormente está especialmente concebida para aplicar a datos «cross-section». Sin embargo, en los trabajos de Nishimizu y Page (1982) y Aly y Grabowsky (1988) se adapta la metodología de Farrell para permitir el cálculo de las tasas de variación anual del nivel de productividad global. Asimismo, la formulación que se expondrá a continuación permite descomponer las tasas de variación de la productividad global en dos componentes perfectamente diferenciados:

2.1. Progreso tecnológico

Cambios en la frontera de producción debidos a la mejora de la tecnología disponible

2.2. Cambio en la eficiencia técnica

Es la parte de la variación de la productividad global no atribuible directamente al progreso tecnológico: aprendizaje, difusión del conocimiento en la aplicación de la tecnología, mejora en la organización... Se trata, en definitiva, de la eficiencia con la que se aplica el conocimiento tecnológico a la producción.

Para detallar el proceso de cálculo de la variación en la productividad global, vamos a partir del Gráfico 2; en él se presentan mediciones que, supongamos, corresponden a tres períodos consecutivos ($t-1, t$ y $t+1$) de la unidad que evaluamos. Si consideramos la producción en el período t , el *output* Q_t no es frontera pues existe la evidencia de una mejor eficiencia en el período anterior; de esa forma, si se hubiese producido con idéntica eficiencia a la del período $t-1$ el *output* frontera hubiese sido Q_t/ε_t . De igual forma, si en el período t se hubiese contado con la tecnología del período $t+1$, el nivel de producción frontera se hubiese situado en Q_t/ε_{t+1} .

Para el cálculo de los coeficientes de eficiencia frontera, es preciso formular sendos programas de minimización.

Inicialmente, en la determinación de ϵ_t , se tomará la matriz N y el vector M , que incluyen todos los *inputs* y *outputs* realizados hasta el período t . Con estas variables, el valor de ϵ_t será el resultado de:

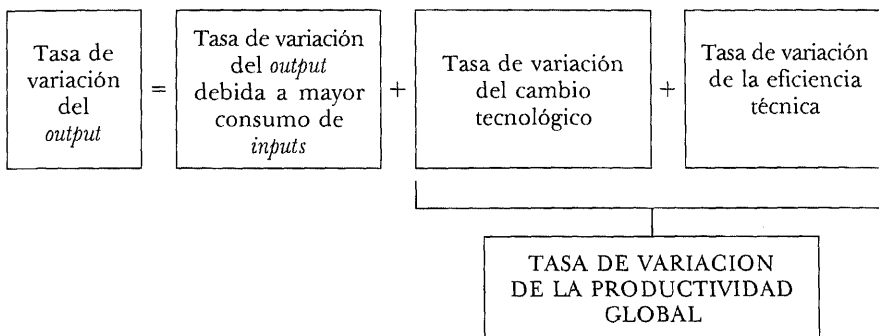
$$\begin{aligned} \text{s.a.:} \quad & \text{MIN. } \epsilon_t \\ & Z \cdot M \geq Q_t / \epsilon_t \\ & Z \cdot N \leq X_t \\ & Z \geq 0 \end{aligned} \quad [5]$$

De igual forma, para calcular ϵ_{t+1} , se tomará la matriz de *inputs* consumidos (de orden $n \times t + 1$), el vector P de *outputs* obtenidos (de orden $t + 1$), y se formulará el siguiente programa:

$$\begin{aligned} \text{s.a.:} \quad & \text{MIN. } \epsilon_{t+1} \\ & Z \cdot P \geq Q_t / \epsilon_{t+1} \\ & Z \cdot O \leq X_t \\ & Z \geq 0 \end{aligned} \quad [6]$$

Una vez obtenidos los coeficientes de eficiencia frontera anteriores, es posible explicar el cambio del *output* acaecido entre los períodos t y $t + 1$:

$$\frac{Q_{t+1} - Q_t}{Q_t} = \frac{(Q_{t+1} - Q_t / \epsilon_{t+1})}{Q_t} + \frac{(Q_t / \epsilon_{t+1}) - (Q_t / \epsilon_t)}{Q_t} + \frac{(Q_t / \epsilon_t - Q_t)}{Q_t} \quad [7]$$



3. La eficiencia frontera de la producción industrial de las CC.AA.

Para la aplicación de los modelos explicitados anteriormente se ha tomado información de las sucesivas publicaciones del Banco de Bilbao «Renta Nacional de España y su distribución provincial». De esa forma, la producción regional se ha obtenido del PIB industrial de cada comunidad. En cuanto a los *inputs*, se han considerado dos: trabajo y capital.

El factor trabajo se definió a partir de las estadísticas de empleo industrial recogidas en las publicaciones del Banco de Bilbao «Renta Nacional de

España y su distribución provincial». El deseo inicial era tomar el *input* trabajo como el número de horas totales trabajadas anualmente en la industria (sin duda, tal definición es más correcta) pero las estadísticas disponibles, publicadas por el Ministerio de Trabajo, no nos permitieron cubrir el espacio temporal que analizamos.

Respecto al factor capital, al desconocer el valor agregado de la inversión regional en la industria, se dedujo de la cifra de amortizaciones (extraída de la fuente bibliográfica ya citada), de la estimación de la vida útil del inmovilizado industrial (recogida en la publicación del Ministerio de Industria, «Los coeficientes de capital-producto y de capital-empleo en los principales sectores de la industria española») y de la estructura del inmovilizado material que se presenta en las publicaciones del Ministerio de Industria, «Las grandes empresas industriales en España».

En el cálculo de las tasas de variación, para expresar las anteriores magnitudes en pesetas constantes, se utilizaron los deflatores implícitos del PIB y de la Formación Bruta de Capital Fijo contenidos en las sucesivas ediciones de la «Contabilidad Nacional de España», publicadas por el Instituto Nacional de Estadística.

Con el fin de obviar la realización de comparaciones indiscriminadas entre producciones industriales de composición excesivamente heterogénea, y con unas diferencias de tamaño muy acentuadas, clasificamos las CC.AA. en dos conjuntos en función de su PIB industrial. Una vez realizada tal clasificación, aplicamos en ambos grupos la expresión [4] anterior y, así, determinamos la eficiencia frontera en el caso de rendimientos no constantes a escala.

Los resultados de dicha aplicación pueden comprobarse en los Apéndices 1 y 2. No vamos a centrarnos aquí en el análisis de las diferencias entre cada comunidad², sino a extraer las conclusiones de carácter global que la aplicación realizada nos permite deducir. Para ello, hemos tomado las características generales de aquellas CC.AA. que están por encima de la media de eficiencia y las hemos comparado con aquellas otras cuyo nivel de eficiencia es inferior a la media (ello queda sintetizado en el Cuadro 1, en el cual la ordenación de cada comunidad respecto a la eficiencia media se realiza año a año, dadas las variaciones que se perciben en los niveles de eficiencia presentados en los anexos). De esa forma, se deduce que las CC.AA. con una eficiencia superior a la media son, a su vez, las que han registrado, en cada período analizado, un mayor crecimiento de la producción real y unas superiores tasas de variación del PIB por empleado.

² De hecho, la misma estructura de la producción regional ya condiciona el nivel de eficiencia que se consigue. Un análisis más ajustado debería realizarse por ramas de actividad, pero, lamentablemente, no es posible disponer de tal desagregación para el período que analizamos. No obstante, para verificar el grado de validez de las diferencias obtenidas, éstas se confrontaron con la tasa de diferencia tecnológica que se deduce de la aplicación de los «índices translog» (véase Prior, 1988). Como resultado de tal comparación pudimos concluir que el sentido de las diferencias era equivalente en ambos casos.

CUADRO I
Coeficientes producto/factor y capital/empleo

	1955			1975			1981			1985		
	Q/L	Q/K	K/L	Q/L	Q/K	K/L	Q/L	Q/K	K/L	Q/L	Q/K	K/L
GRANDES CC.AA.												
Más eficientes	0,10	1,94	0,05	0,63	1,95	0,33	1,60	1,47	1,09	4,95	1,81	2,72
Menos eficientes	0,07	1,72	0,04	0,55	1,71	0,33	1,56	1,45	1,06	3,08	1,21	2,55
PEQUEÑAS CC.AA.												
Más eficientes	0,08	1,79	0,05	0,66	1,63	0,37	1,62	1,54	1,17	3,45	1,27	2,78
Menos eficientes	0,07	1,56	0,04	0,54	1,56	0,35	1,56	1,38	1,14	3,18	1,33	2,41

Fuente: Elaboración propia.

Generalizando, es posible afirmar que las CC.AA. más eficientes en cada período obtienen un mayor producto industrial por unidad de factor (trabajo y capital) y, asimismo, mantienen una estructura más intensiva en factor capital que las CC.AA. menos eficientes (el coeficiente capital-empleo así nos lo demuestra).

4. La tasa de variación de la productividad industrial de las CC.AA.

Como segunda aplicación, calculamos la tasa de variación de la productividad global de cada comunidad, haciendo abstracción de los valores del resto de CC.AA.

Para ello, tomamos las expresiones [5] y [6] anteriores. De esta forma, fue posible calcular cada una de las tasas de variación de la productividad global entre los años 1981 y 1985.

Los resultados se presentan en el Cuadro 2. En él quedan reflejados los factores que explican el crecimiento del *output* de cada comunidad: el incremento en el consumo de *inputs* y la tasa de variación de la productividad global. Respecto al consumo de *inputs*, es preciso indicar que éste se ha debido mayoritariamente a una intensificación del factor capital, pues, en el período considerado, las tasas de variación del empleo industrial han sido todas negativas, excepto en Castilla-La Mancha.

Del Cuadro 2 podemos deducir que, en el intervalo de tiempo analizado, existen dos CC.AA. (Castilla-León y País Vasco) en las cuales la tasa de variación del PIB industrial es inferior a la tasa de variación de la productividad global; ello debe ser puesto en relación con los planes de saneamiento y reconversión a los que, en dicho período, se sometieron los sectores industriales «maduros». En Castilla-León, la variación de la productividad global se basa en la mejora de la eficiencia técnica, debido a que, entre los años 1981 y 1985, se ha registrado un acercamiento a la frontera eficiente del año 1975. En

CUADRO 2
Tasas de variación acumulativa media anual
entre los años 1981 y 1985

	(1)	=	(2)	+	(3)	(3)	=	(4)	+	(5)
Andalucía	2,31		1,07		1,24	1,24		1,24		—
Aragón	5,33		3,74		1,59	1,59		1,12		0,47
Asturias	1,43		0,76		0,67	0,67		—		0,67
Balcares	9,42		9,42		—	—		—		—
Canarias	6,01		6,01		—	—		—		—
Cantabria	18,42		4,98		13,44	13,44		13,44		—
Castilla-L. M.	3,86		3,70		0,16	0,16		0,16		—
Castilla-León	3,42		-1,53		4,95	4,95		0,34		4,61
Cataluña	14,60		7,44		7,16	7,16		7,16		—
Com. Valenciana	4,16		4,08		0,08	0,08		0,08		—
Extremadura	5,84		5,58		0,26	0,26		0,26		—
Galicia	4,54		2,06		2,48	2,48		—		2,48
Madrid	2,99		2,61		0,38	0,38		0,38		—
Murcia	1,82		1,82		—	—		—		—
Navarra	2,81		2,81		—	—		—		—
País Vasco	3,42		-1,32		4,74	4,74		4,74		—
Rioja	4,52		4,52		—	—		—		—

(1): Tasa de variación del *output*.

(2): Variación del *output* por mayor consumo de *inputs*.

(3): Tasa de variación de la productividad global.

(4): Tasa de variación del cambio tecnológico.

(5): Tasa de variación de la eficiencia técnica.

Fuente: Elaboración propia.

el caso del País Vasco, sin embargo, la mejora de la productividad global se considera cambio tecnológico, pues los coeficientes que corresponden al año 1985 señalan una nueva frontera eficiente, superior a la registrada en años anteriores.

Junto a las CC.AA. mencionadas, Cantabria, Cataluña y Galicia conforman el conjunto de CC.AA. que obtienen una progresión superior en sus tasas de productividad global. El resto presenta escasas alteraciones en sus niveles de productividad, lo que, en el contexto de los modelos de Farrell, debe entenderse como un mantenimiento de la frontera eficiente de cada comunidad a lo largo de los años evaluados.

Con el fin de comparar las tasas de variación de la productividad global con mediciones alternativas, se relacionaron dichas tasas con la variable «*productividad aparente del factor trabajo*» que se incluye en las publicaciones del Banco de Bilbao ya indicadas (ello queda recogido en el Cuadro 3). Así, fue posible verificar el paralelismo que existe entre las dos mediciones. En ambos casos, se aprecia un elevado crecimiento de las tasas de productividad en Cantabria, Cataluña, Galicia y País Vasco. De igual forma, existe coincidencia en otras CC.AA. con unas tasas de variación más exiguas: Castilla-La Mancha, Murcia y Navarra. Sin embargo, se advierten algunas significativas diferencias, justifi-

cadras porque la productividad aparente del factor trabajo es una medida de productividad parcial (es decir, considera un solo *input*) y porque, en el período que consideramos, se da una reducción del factor trabajo junto a un incremento del capital por unidad de *output*.

En el Cuadro 3 también se presenta el porcentaje que alcanzan, en el año 1981, los gastos de I + D en el producto industrial de cada comunidad. Dicha información se tomó de la publicación del Ministerio de Industria «Las grandes empresas industriales en España, 1980-1981». Con ello, se ha pretendido verificar hasta qué punto la tasa de variación del cambio tecnológico de cada comunidad se relaciona con su esfuerzo investigador. Puede comprobarse que aquellas CC.AA. cuyo cambio tecnológico es nulo mantienen unos porcentajes en los gastos de I + D muy inferiores al que corresponde al total de España (que es del 1,90 por 100). Este hecho es especialmente evidente en Asturias, Canarias, Comunidad Valenciana, Murcia, Navarra y Rioja; en dichas CC.AA. también se advierte la incapacidad de las mejoras en eficiencia técnica para conseguir aumentos en la productividad global (véase la columna 5 del Cuadro 2).

CUADRO 3

	Productividad aparente del factor trabajo 1981-1985	Gastos I + D (% s/Pdto. Industr.) 1981
Andalucía	6,26 %	1,09 %
Aragón	7,00 %	1,79 %
Asturias	4,27 %	0,57 %
Baleares	7,57 %	1,42 %
Canarias	6,55 %	0,93 %
Cantabria	22,67 %	0,34 %
Castilla-L. M.	2,97 %	2,16 %
Castilla-León	5,44 %	2,23 %
Cataluña	19,08 %	3,40 %
Com. Valenciana	6,50 %	0,43 %
Extremadura	6,92 %	1,87 %
Galicia	9,16 %	0,48 %
Madrid	5,15 %	3,84 %
Murcia	3,81 %	—
Navarra	4,47 %	0,47 %
País Vasco	7,32 %	1,90 %
Rioja	7,52 %	0,93 %

Fuente: *Renta Nacional de España y su distribución provincial*, Banco de Bilbao y *Las grandes empresas industriales en España, 1980-81*, Ministerio de Industria.

Todo ello, finalmente, evidencia que *en ciertas CC.AA. las posibilidades potenciales de mejora de la productividad industrial son, salvo una decidida actuación que lo propicie, escasas.*

Conviene, no obstante, indicar que los resultados deben ser tomados con cautela. Se precisan nuevas aplicaciones para años posteriores y con un nivel de

desagregación sectorial superior. Asimismo, dada la realidad competitiva a la que se enfrenta la industria española, se hace necesario un análisis más completo en el que se opere con información ampliada procedente de otras regiones europeas.

Apéndice 1

Eficiencia técnica para una tecnología con rendimientos
no constantes a escala
(Grandes CC.AA.)

	1955	1975	1981	1985
Andalucía	0,905081	0,942227	0,975370	0,691224
Castilla-León	1	1	1	0,743160
Cataluña	1	1	1	1
Com. Valenciana	0,836763	0,945890	1	0,716838
Madrid	0,896636	1	1	0,713512
País Vasco	0,795780	0,901585	0,945714	0,692503

Fuente: Elaboración propia.

Apéndice 2

Eficiencia técnica para una tecnología con rendimientos
no constantes a escala
(Pequeñas CC.AA.)

	1955	1975	1981	1985
Aragón	1	0,855688	1	0,945598
Asturias	1	1	1	0,877660
Baleares	0,965941	1	1	0,785328
Canarias	0,723941	0,935852	1	0,824642
Cantabria	0,754956	0,754091	0,868572	1
Castilla-L. M.	0,910770	0,963658	1	0,875033
Extremadura	0,846179	0,980644	1	0,729330
Galicia	1	1	1	1
Murcia	0,887743	0,802505	1	0,698434
Navarra	0,831302	0,844788	0,945094	0,668450
Rioja	1	1	1	1

Fuente: Elaboración propia.

Referencias

- Aigner, D. J. y Chu, S. F. (1962): «On estimating the industry production function», *American Economic Review*, vol. 52, núm. 4, págs. 762-782.
- Aly, Hassan y Grabowski, Richard (1988): «Technical change, technical efficiency, and input usage in Taiwanese agricultural growth», *Applied Economics*, vol. 20, núm. 7, págs. 889-899.
- Byrnes, P.; Färe, R. y Grosskopf, S. (1984): «Measuring productive efficiency: an application to Illinois strip mines», *Management Science*, vol. 30, núm. 6, págs. 671-681.
- Färe, R., Grosskopf, S. y Logan, J. (1985): «The relative performance of publicly-owned and privately-owned electric industries», *Journal of Public Economics*, vol. 26, núm. 1, págs. 89-106.

- Farrell, M. J. (1957): «The measurement of productive efficiency», *Journal of the Royal Statistical Society*, A 120, part. 3, págs. 253-281.
- Forsund, Finn R. y Hjalmarsson, Lennart (1979): «Generalised Farrell measures of efficiency: an application to milk processing in swedish dairy plants», *Economic Journal*, vol. 89, *núm.* 354, págs. 294-315.
- Nishimizu, Mieko y Page, John M. (1982): «Total factor productivity growth, technological progress and technological efficiency change: dimensions of productivity change in Yugoslavia 1965-1978», *Economic Journal*, vol. 92, *núm.* 367, págs. 920-936.
- Prior Jiménez, Diego (1988): «La eficiencia productiva de los sectores industriales públicos y privados en España», Documentos e Informes 19/1988, Ministerio de Industria y Energía.
- Seitz, W. D. (1971): «Productive efficiency in the steam-electric generating industry», *Journal of Political Economy*, vol. 79, *núm.* 4, págs. 878-886.
- Shephard, Ronald W. (1970): *Theory of cost and production functions*, Princeton University Press.
- Timmer, C. P. (1971): «Using a probabilistic frontier production function to measure technical efficiency», *Journal of Political Economy*, vol. 79, *núm.* 4, págs. 776-794.
- Todd, Douglas (1985): «Productive performance in West German manufacturing industry: 1970-1980: a Farrell frontier characterisation», *Journal of Industrial Economics*, vol. 33, *núm.* 3, págs. 295-316.

Abstract

This work analyzes the spanish industrial production. The main object is to quantify the technical efficiency by autonomic communities (federal administrations). With this aim, we start by Farrell's frontier efficiency definition to formulate the absolute level and the change rates of total productivity.

Recepción del original, junio de 1989

Versión final, septiembre de 1989