INVESTIGACIONES ECONÓMICAS vol XXIII (2), 1999, 281-299

LA TARIFA DEL IRPF Y EL PRINCIPIO DE IGUAL SACRIFICIO

LUIS JOSÉ. IMEDIO-OLMEDO
ENCARNACIÓN MACARENA PARRADO-GALLARDO
MARÍA DOLORES SARRIÓN-GAVILÁN
Universidad de Málaga

En este artículo contrastamos si las tarifas del IRPF en España, vigentes en los últimos años, suponen para los contribuyentes la misma pérdida de utilidad respecto a una función de utilidad isoelástica. Esto es, verificamos la compatibilidad entre las tarifas, nominales o reales, del IRPF y las que se derivan del principio de igual sacrificio. La respuesta a esta cuestión es satisfactoria, especialmente en el tramo de rentas intermedias. La metodología empleada conlleva la estimación del coeficiente de aversión relativa al riesgo, relacionado con el grado de progresividad del impuesto. En los casos analizados la tarifa conjunta es más progresiva que la individual, y la efectiva lo es más que la nominal. (*JEL* D63)

1. Introducción

La equidad vertical en el ámbito de la imposición sobre la renta plantea el problema de en qué medida deben diferir los impuestos que recaen en individuos con rentas diferentes. Esta cuestión ha dado lugar, históricamente, a consideraciones muy diversas. J. S. Mill (1848) afirma: "Así como el gobierno no debe hacer ninguna distinción entre las personas o las clases por lo que respecta a las peticiones que éstas puedan hacerle, los sacrificios que les exija deben presionar a todos por igual en la medida de lo posible... La igualdad en la imposición, como una máxima política, significa, por consiguiente, igualdad en el sacrificio. Ello supone que la contribución de cada persona a los gastos del gobierno sea tal que los inconvenientes que para ella deriven del pago de su parte no sean mayores ni menores de los que experimenta cualquiera otra por el pago de la suya". Este tipo de argumentos generó, a finales del siglo pasado y principios del actual, una extensa

Este trabajo ha sido financiado, parcialmente, con cargo a los proyectos PS95-0226 y SEC97-1469 de la DGICYT

literatura en relación al principio de igual sacrificio (Sidgwick (1883), Stuart (1889), Cassel (1901), Edgeworth (1897, 1919), Pigou (1928)), al que se recurrió para justificar funciones impositivas específicas, así como la progresividad, o al menos la no regresividad, de las mismas.

Este enfoque, aunque resulta atractivo, pues es consistente con una noción general de justicia distributiva, no está exento de dificultades. En primer lugar, requiere la especificación previa de una función de utilidad de la renta[1], que se supone común a todos los contribuyentes[2]. En segundo lugar es necesario concretar lo que se entiende por igual sacrificio. A este respecto se han considerado las siguientes interpretaciones:

DEFINICIÓN. a) *Igual sacrificio absoluto significa que a cada individuo el pago del impuesto le suponga la misma pérdida de utilidad. Esto es, si $u(x)$ es la utilidad común a todos los contribuyentes con nivel de renta x, y $t(x)$ el impuesto[3] que recae sobre ese nivel de renta, entonces existe una constante $a > 0$ tal que:*

$$u(x) - u(x - t(x)) = a, \text{ para todo } x > 0. \qquad [1]$$

b) Si a cada individuo el pago del impuesto le supone la pérdida del mismo porcentaje o proporción de utilidad, entonces el impuesto genera igual sacrificio relativo. En este caso, se verifica que:

$$\frac{u(x)}{u(x - t(x))} = r, \text{ para todo } x > 0 \qquad [2]$$

siendo $r > 1$.

El primer criterio significa que los individuos tienden a evaluar la desigualdad en términos de diferencias, mientras que el segundo supone que lo hacen en términos de ratios[4]. La cuestión es pues: ¿cómo evalúan los individuos las pérdidas de renta generadas por el pago de

[1] Ello implica la presunción de que la utilidad de la renta es medible y de que son válidas las comparaciones interpersonales de utilidad basadas en ella

[2] Un punto de vista alternativo consiste en considerar a la función de utilidad como una especie de norma social o como la función de utilidad de un miembro "representativo" de la sociedad, tal y como se supone en muchos modelos económicos, incluyendo los que se ocupan de la imposición óptima (Robbins (1938), Musgrave (1959))

[3] Supondremos que la función t es derivable, hipótesis que facilita la formulación de algunos conceptos En la práctica las tarifas impositivas son funciones lineales o polinómicas a trozos, por lo que cumplen esa condición excepto, a lo sumo, en un número finito de puntos

[4] Un tercer criterio es el de igual sacrificio marginal: $u'(x_i - t(x_i)) = u'(x_j - t(x_j))$,

impuestos? Aunque la evidencia empírica no resuelva esta cuestión en un sentido u otro, para algunos propósitos, desde un punto de vista puramente formal, no es necesario distinguir entre ambos, ya que el igual sacrificio relativo es equivalente al absoluto en relación a una función de utilidad diferente. En efecto, si $u(x)$ es positiva y verifica la condición [2], la función $u^*(x) = ln(u(x))$ satisface [1], tomando $a = lnr$, respecto al mismo impuesto y, recíprocamente, si $u(x)$ cumple [1] en relación a $t(x)$, $u^*(x) = e^{u(x)}$ verifica [2] para el mismo impuesto. En adelante, salvo que se indique lo contrario, nos referiremos al igual sacrificio absoluto.

Bajo las condiciones que usualmente se imponen a una función de utilidad (esto es, que la utilidad marginal de la renta sea positiva y decreciente), un sacrificio igual no implica necesariamente la progresividad del impuesto[5]. De hecho, bajo estas condiciones, el principio de igual sacrificio sólo implica que el impuesto, $t(x)$, es una función creciente de la renta[6].

A partir de la expresión [1] es inmediato que fijada la función de $u(x)$ y la pérdida de utilidad, el impuesto que cumple la condición de igual sacrificio absoluto es:

$$t_a(x) = x - u^{-1}(u(x) - a), \; x > 0 \qquad [3]$$

dado que u es invertible, al suponerla estrictamente creciente. Si me-

cualesquiera que sean los individuos i, j Esta condición equivale a que el sacrificio total que supone el impuesto para el conjunto de los contribuyentes sea mínimo, por lo que es más una regla de eficiencia que de equidad (Musgrave y Musgrave, 1991)

[5]Un impuesto es progresivo (regresivo) para un nivel de renta x, si el tipo medio, $t(x)/x$, es creciente (decreciente), lo que a su vez equivale a que el tipo marginal, $t'(x)$, sea mayor (menor) que el tipo medio Si esa condición, en principio local, es válida para todos los niveles de renta, el impuesto tendrá ese carácter a lo largo de toda la escala de rentas Por lo tanto, si $t(x)$ es derivable su comportamiento se analiza estudiando el signo de la derivada del tipo medio, $d(t(x)/x)/dx$, a lo largo del recorrido de la variable renta.

[6]En efecto, derivando [1] se obtiene $u'(x) - (1 - t'(x))u'(x - t(x)) = 0, x > 0$, de donde resulta

$$t'(x) = \frac{u'(x - t(x)) - u'(x)}{u'(x - t(x))} > 0$$

si la utilidad marginal es decreciente En tal caso $t(x)$ es una función estrictamente creciente de la renta.

Por otra parte, existen funciones de utilidad razonables desde el punto de vista económico que no admiten un impuesto progresivo que suponga igual sacrificio absoluto Por ejemplo, si $u(x) = \alpha x^{1/2}, \alpha > 0$,creciente y cóncava, el impuesto que cumple esa condición es $t(x) = \frac{a}{\alpha}(2x^{1/2} - \frac{a}{\alpha})$, estrictamente regresivo diante la igualdad anterior se calcula la función impositiva de forma explícita, podemos conocer su carácter progresivo o regresivo estudiando el crecimiento/decrecimiento del tipo medio $t(x)/x$. Como no siempre es posible el cálculo explícito de $t(x)$ es conveniente dar condiciones que permitan estudiar el carácter del impuesto a partir de la función de utilidad. El primer resultado a este respecto lo estableció Samuelson (1947): una condición sufiente para que $t(x)$ sea progresivo es que, para cada nivel de renta, la elasticidad de la utilidad marginal de la renta respecto a la renta, $-xu''(x)/u'(x)$, sea mayor que la unidad[7].

El concepto de igual sacrificio, a pesar de no garantizar la progresividad impositiva y de las dificultades que supone su aplicación, fue muy utilizado para establecer criterios de equidad vertical, sobre todo en los primeros años de este siglo. Posteriormente cayó en desuso y llegó a considerarse una idea obsoleta e incluso desacreditada. La razón hay que buscarla en que la operatividad de este principio requiere llevar a cabo comparaciones interpersonales de utilidad (Samuelson (1947), Musgrave (1959), Atkinson y Stiglitz (1980)). No obstante, en los últimos años esta cuestión ha vuelto a ser tratada por numerosos autores (Richter (1983), Buchholz, Richter y Schwaiger (1988), Young (1987, 1988, 1990), Berliant y Gouveia (1993), Ok (1995)) en trabajos que incorporan, en general, un fuerte contenido formal y analítico, aunque mantienen los supuestos habituales del enfoque utilitarista: la función de utilidad es común a todos los contribuyentes, siendo éstos homogéneos excepto en sus respectivos niveles de renta, y la mensurabilidad de la utilidad de la renta[8]. Son trabajos teóricos en los que se dan condiciones sobre u para asegurar la progresividad relativa del impuesto que supone igual sacrificio.

En este artículo, utilizando la metodología propuesta por Young (1990), tratamos de contrastar si las tarifas nominales del IRPF en España

[7] La condición de Samuelson equivale a que la función $xu'(x)$ sea estrictamente decreciente En Imedio, Parrado y Sarrión (1995) se establecen criterios más débiles que aseguran la progresividad del impuesto que iguala el sacrificio de todos los contribuyentes

[8] En Young (1988), utilizando un enfoque axiomático a través del cual se intenta incorporar "principios generales de justicia distributiva", se establece la existencia de una función de utilidad respecto de la cual se iguala el sacrificio que para los contribuyentes supone el pago de un impuesto del tipo $t(x) = x - (x^{1-p} + \lambda)^{\frac{1}{1-p}}$ La principal aportación de este trabajo consiste en eludir la especificación previa de una función de utilidad

para los años 1994, 1996 y 1997, así como la efectiva de 1994, último ejercicio para el que disponemos de datos publicados por la Secretaría de Estado de Hacienda, son compatibles con las de un impuesto que verifique el principio de igual sacrificio en relación a una función de utilidad. Aunque es evidente que el legislador al distribuir la carga fiscal entre los distintos niveles de renta no toma como referencia una función de utilidad concreta, cabe plantear hasta qué punto una tarifa impositiva implica que el pago del impuesto suponga, aproximadamente, la pérdida de la misma cantidad, o en su caso el mismo porcentaje, de utilidad. Se trata, en definitiva, de comprobar si el principio de igual sacrificio, concebido inicialmente como un principio político de justicia distributiva, es compatible con la distribución de la carga impositiva que, a través de las tarifas nominales del IRPF (cuota íntegra) fija el legislador, así como con las que efectivamente recaen sobre los contribuyente a través de las cuotas líquidas del impuesto.

Como veremos en la sección 3, la respuesta a la cuestión planteada es positiva en el caso de las tarifas nominales, y las funciones de utilidad estimadas son similares a las obtenidas en otros países occidentales a partir de este tipo de datos (Young, 1990). En relación a la tarifa efectiva, la respuesta es también positiva si excluimos las colas de la distribución de la base liquidable. Aplicaremos también este análisis a una tarifa de estructura más simple, en línea con la reforma del IRPF actualmente en fase de estudio. Como ejemplo de un impuesto de este tipo, consideraremos una tarifa con cuatro tramos y tres tipos medios.

Finalmente, a partir de un breve análisis del comportamiento que deben presentar los tipos medios y marginales de un impuesto que verifique el principio de igual sacrificio, se considera una tarifa que no es compatible con ese supuesto.

2. El modelo

Sea $t(x)$ el impuesto que, según la tarifa, pagan quienes tienen un nivel de renta x. Supongamos que t satisface el principio de igual sacrificio en relación a una función de utilidad isoelástica $u(x)$, es decir,

$$u(x) = -Ax^{1-p} + B, \quad A > 0 \text{ y } p > 1, \qquad [4]$$

donde p es el coeficiente de aversión relativa al riesgo. Entonces, de la igualdad [1] se concluye que

$$\frac{(x - t(x))^{1-p}x^{1-p}}{t(x)} = \frac{a}{At(x)}, \text{ para todo } x > 0, \qquad [5]$$

siendo a la pérdida de utilidad.

Ahora bien, para cada x fijo, por el teorema del valor medio, existe un número real k, $x - t(x) < k < x$, tal que

$$\frac{(x - t(x))^{1-p} - x^{1-p}}{t(x)} = (p-1)k^{-p} \qquad [6]$$

o, equivalentemente,

$$\frac{k}{x} = \left(\frac{(p-1)\frac{t(x)}{x}}{(1 - \frac{t(x)}{x})^{1-p} - 1} \right)^{1/p}, \qquad [7]$$

igualdad que, como veremos a continuación, proporciona junto con la [5] una vía para estimar p, a partir de los datos fiscales, bajo la hipótesis de que t satisface el principio de igual sacrificio.

Como se puede comprobar en el Cuadro 1, el valor de k/x es muy poco sensible a la elección de p. Más aún, como muestra el Gráfico 1, donde se representa k/x en función de p y de $t(x)/x$, el recorrido de k/x es muy reducido cuando p varía entre 1.1 y 3.5[9] y $t(x)/x$ lo hace entre 0.1 y 0.5.

CUADRO 1
Variación de k/x en función de p

p	k/x $(t(x)/x$=0 15)	k/x $(t(x)/x$=0 20)	k/x $(t(x)/x$=0.25)	k/x $(t(x)/x$=0.30)
3	0 921	0.893	0.863	0.832
2.5	0 921	0 894	0.864	0.834
2	0.922	0.894	0 866	0 837
1.5	0.922	0.895	0 867	0.839
1	0.923	0 896	0 869	0.840

Elaboración propia

Ello nos permite seleccionar, dentro del rango que estamos considerando, cualquier valor de p para la estimación de k sin que esa elección sea arriesgada. Parece adecuado tomar $p = 2$, ya que en tal caso se obtiene una expresión sencilla para $k, k = (x(x - t(x)))^{1/2}$, igualdad que junto con [5] y [6] implica:

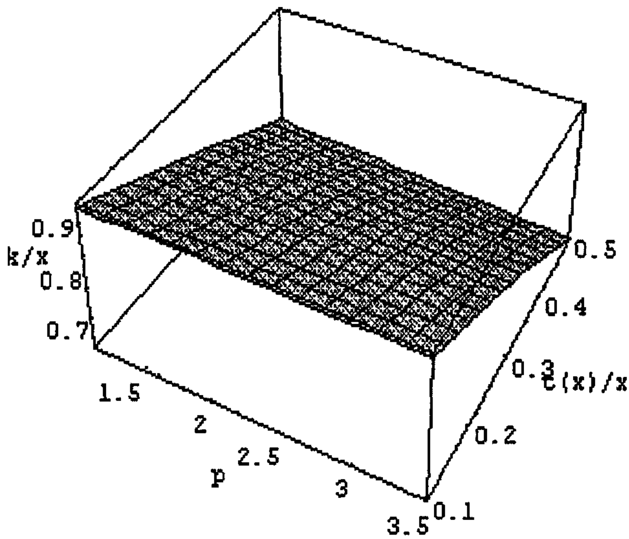
$$(p-1)((x(x - t(x)))^{1/2})^{-p} = \frac{a}{At(x)}$$

[9]En Friend and Blume (1975) se establece que p es mayor que 1 y con frecuencia toma valores en un entorno de 2

o, lo que es lo mismo,

$$u'((x(x-t(x)))^{1/2}) = \frac{a}{t(x)}. \qquad [8]$$

GRÁFICO 1
Representación de k/x en función de p y de $t(x)/x$



Es importante observar que el tomar un valor concreto para p sólo se hace localmente, para un nivel de renta fijo, a fin de eliminar k en la expresión [7], cuyo valor es desconocido. Si se admite una pérdida de utilidad unitaria, $a = 1$, lo que no supone pérdida de generalidad, y se toman logaritmos en [8] resulta que, bajo la hipótesis de que el impuesto t satisface el principio de igual sacrificio en relación a una función de utilidad isoelástica, se verifica, localmente, la relación

$$\ln(u'((x(x-t(x)))^{1/2})) = -\ln(t(x)). \qquad [9]$$

Como, para todo el rango de rentas, el coeficiente de regresión en la regresión lineal de $Y = -ln(u'(z))$ sobre $X = lnz$ es una estimación del parámetro p, cuya bondad se puede medir mediante el coeficiente de determinación del ajuste, R^2, y haciendo $z = (x(x-t(x)))^{1/2}$, se tiene $X = lnz = ln((x(x-t(x)))^{1/2})$ e $Y = -ln(u'(x(x-t(x)))^{1/2})) = ln(t(x))$, por [9], haremos la regresión lineal de $Y = ln(t(x))$ sobre $X = 1/2ln(x(x-t(x)))$ utilizando los datos fiscales. Cuanto mayor sea el valor del coeficiente de determinación de esa regresión, R^2, más fuerte es la relación lineal existente entre X e Y y más avalada estará la hipótesis de que p no depende del nivel de renta x, por lo que se puede aceptar, para valores grandes de R^2 que la función de utilidad es isoelástica.

Por otra parte, el impuesto teórico que supone igual sacrificio absoluto en relación a la función de utilidad definida en [4] viene dado por la expresión

$$t(x) = x - (x^{1-p} + \lambda)^{\frac{1}{1-p}}, \qquad [10]$$

siendo $\lambda = a/A$, que es estrictamente progresivo al ser $p > 1$. Se trata, finalmente, de confirmar si, en cada caso, la tarifa observada es consistente con la del impuesto teórico.

Una limitación evidente del método de Young (1990) radica en la imposibilidad de estimar p cuando la tarifa del impuesto sea nula, como sucede cuando existe un nivel mínimo de renta exento, o negativa, caso del impuesto lineal puro, ya que entonces el regresor $Y = ln(t(x))$, variable independiente en dicha estimación, no está definido. En ese supuesto la estimación del coeficiente de aversión al riesgo se obtendría a partir de los niveles de renta $x > 0$ tales que $t(x) > 0$.

3. Resultados empíricos

A partir de los niveles de renta, en nuestro caso definidos como base liquidable del impuesto (x), y de sus correspondientes cuotas íntegras ($t(x)$), que figuran en las dos primeras columnas del Cuadro 2 (obtenida a partir de la tarifa individual del IRPF para el año 1997) estimaremos el coeficiente de aversión relativa al riesgo, empleando la metodología descrita en la sección anterior.

Los resultados de la regresión de $Y = ln(t(x))$ respecto a $X = ln((x(x-t(x)))^{1/2})$, modelizando las perturbaciones aleatorias mediante un esquema autorregresivo de primer orden, son los siguientes: el valor estimado de p es 1.47, el error estándar de la regresión es 0.073 y el coeficiente de determinación es $R^2 = 0.9977$. Por lo tanto, como también puede apreciarse en el Cuadro 2, el ajuste es excelente y confirma la hipótesis de que, bajo el supuesto de igual sacrificio, la función de utilidad es de elasticidad constante.

Una vez estimada la función de utilidad, $u(x) = -x^{-0.47}$, se determina el nivel de sacrificio, a, calculando la media aritmética de las diferencias $u(x) - u(x - t(x))$ para los niveles de renta que figuran en el

CUADRO 2
Cuotas íntegras y tipos medios observados y estimados
(IRPF 1997, tarifa individual)

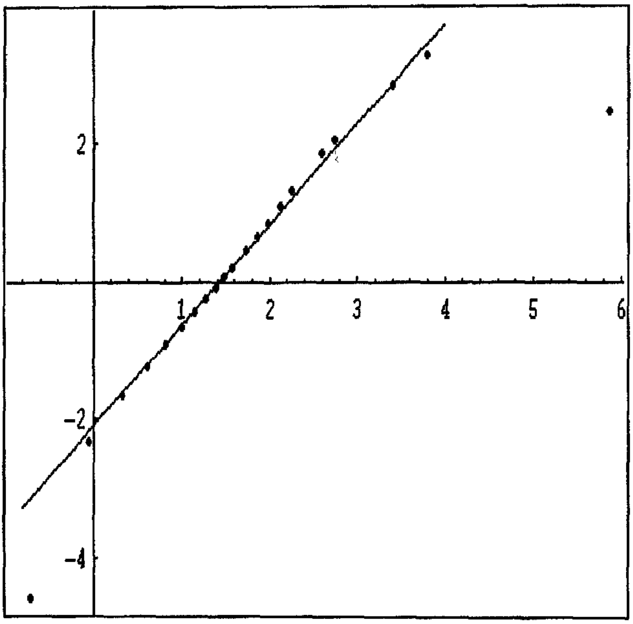
Base liquidable (En 10^6 ptas.)	Cuota íntegra observada (En 10^6 ptas.)	Cuota íntegra estimada (En 10^6 ptas.)	Tipo medio observado	Tipo medio estimado
0.5	0.009860	0.039450	0.019720	0.078899
1	0.094860	0.106857	0.094860	0.106857
1.5	0.189142	0.190723	0.126095	0.127149
2	0.286892	0.287131	0.143446	0.143565
2.5	0.392930	0.393875	0.157172	0.157550
3	0.511930	0.509496	0.170643	0.169832
3.5	0.631814	0.632941	0.180518	0.180840
4	0.767814	0.763409	0.191953	0.190852
4.5	0.903814	0.900263	0.200848	0.200058
5	1.051952	1.042981	0.210390	0.208596
5.5	1.204952	1.191132	0.219082	0.216569
6.5	1.534344	1.502302	0.236053	0.231123
7.5	1.896401	1.831375	0.252853	0.244183
8.5	2.290801	2.176489	0.269506	0.256058
10	2.938705	2.721057	0.293871	0.272106
11	3.640261	3.294452	0.316544	0.286474
13	4.354261	3.893586	0.334943	0.299507
15	5.306261	4.728255	0.353771	0.315217
17	6.258261	5.599631	0.368133	0.329390
20	7.686261	6.967542	0.384313	0.348377
40	17.20626	17.43941	0.430157	0.435985
60	26.72626	29.46748	0.445438	0.491125

Fuente B.O.E. 31 de diciembre de 1996 y elaboración propia

Cuadro 2[10]. El valor de a, aunque necesario para obtener la expresión funcional del impuesto, no tiene un significado en términos absolutos, ya que depende de las unidades en que se exprese la renta y de la escala empleada en la función de utilidad. La media estimada del nivel de sacrificio es $a = 0.0545$, con una desviación típica de 0.0103. Con ello, el impuesto que iguala el sacrificio absoluto de los contribuyentes es, aplicando [10], $t(x) = x - (x^{-0.47} + 0.0545)^{-1/0.47}$. Se trata, finalmente, de confirmar que la tarifa individual del IRPF para 1997 es consistente con el impuesto teórico que acabamos de obtener. En el Cuadro 2 figuran, para los niveles de renta considerados, el impuesto observado junto al ajustado, así como sus respectivos tipos medios.

[10] No es restrictivo suponer $A = 1$. En otro caso, la media de las diferencias $(x - t(x))^{-0.47} - x^{-0.47}$ proporciona una estimación de $a/A = \lambda$.

GRÁFICO 2
Recta de regresión de Y sobre X.



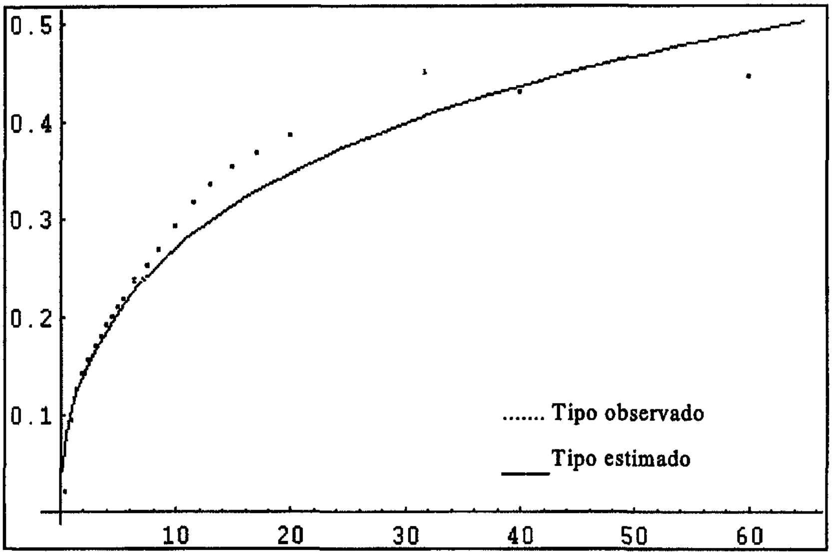
En el Gráfico 3 se representan conjuntamente los tipos medios de los impuestos teórico y observado. El ajuste es muy bueno, sobre todo para las rentas comprendidas entre 1.5 y 10 millones de pesetas. Si en ese intervalo se calculan los cocientes entre los valores, o los tipos medios, del impuesto estimado y del correspondiente a la tarifa nominal del IRPF, la media obtenida es 0.98, muy próxima a la unidad, y el coeficiente de variación es del 2.4%, lo que indica la gran proximidad existente entre ambos. Cuando se toma como recorrido de la base liquidable el intervalo [1,40] el valor de los estadísticos anteriores es de 0.98 para la media y el 5.8% para el coeficiente de variación, por lo que el grado de ajuste sigue siendo bueno.

Cuando la base impositiva es inferior al millón de pesetas o superior a cuarenta millones, el impuesto que implica igual sacrificio no se ajusta bien con el real. Más adelante analizaremos la razón de estas discrepancias en los extremos de la distribución de rentas.

En definitiva, la tarifa individual del IRPF para 1997, y sus tipos medios, es consistente con el impuesto que implica igual sacrificio absoluto[11] respecto de la función de utilidad isoelástica $u(x) = -x^{-0.47}$.

[11]Por lo tanto, también lo es con el impuesto que satisface la condición de igual sacrificio relativo respecto a la función de utilidad $v(x) = exp(-x^{-0.47} + B)$.

GRÁFICO 3
Tipo medio estimado y observado (IRPF 1997, tarifa individual)



Si para el mismo año consideramos la tarifa de tributación conjunta, tomando para la base liquidable los valores que figuran en el Cuadro 2 a partir de un millón de pesetas (la cuota íntegra es nula hasta 882.000 pesetas), el valor estimado de p es 1.54, con $R^2 = 0.9972$, y el nivel de sacrificio es $a = 0.046$ con una desviación típica de 0.0102. El impuesto que implica igual sacrificio respecto de la función de utilidad $u(x) = -x^{-0.54}$ se ajusta bien al observado para las rentas comprendidas entre 2.5 y 11.5 millones de pesetas. El valor medio de los cocientes entre ambos es 0.974 con un coeficiente de variación del 6.36%, por lo que el ajuste sigue siendo bueno. El valor medio estimado para el coeficiente de aversión relativa al riesgo es mayor que el obtenido para la tarifa individual ($p = 1.47$), lo que indica que la tarifa conjunta es más progresiva[12] que la individual.

Resultados similares se obtienen para las tarifas de 1996. En el caso de la tarifa individual, utilizando los mismos valores para la base liquidable, el valor estimado del coeficiente de aversión relativa al riesgo es $p = 1.49$ con un $R^2 = 0.997$. En consecuencia, la función de utilidad estimada es $u(x) = -x^{-0.49}$ y el impuesto que verifica el principio de

[12]Basta tener en cuenta que la progresión de la cuota para una tarifa como la de la expresión [10] viene dada por $\frac{d}{dx}(\frac{t(x)}{x}) = \lambda(1 + \lambda x^{p-1})^{\frac{p}{1-p}} x^{p-2}$ que, para cada valor fijo de x, es una función creciente de p.

igual sacrificio, $t(x) = x - (x^{-0.49} + 0.069)^{-1/0.49}$, presenta un buen ajuste con el observado, siendo el valor de la media de los cocientes entre el impuesto estimado y el observado 0.976, con un coeficiente de variación del 5.6% para el tramo de renta comprendido entre 1 y 40 millones de pesetas. Para la tarifa conjunta se obtiene $p = 1.65$ ($R^2 = 0.9982$), $a = 0.057$ con una desviación típica de 0.0103, por lo que el impuesto estimado es $t(x) = x - (x^{-0.65} + 0.057)^{-1/0.65}$. Cuando la base imponible varía entre 2 y 11.5 millones de pesetas el valor de los estadísticos que estamos utilizando para evaluar la bondad del ajuste es de 0.971 para la media de los cocientes, siendo el coeficiente de variación de los mismos el 4.20%. De nuevo en este caso, la tarifa nominal conjunta es más progresiva que la individual al ser mayor el valor estimado del parámetro p para la primera.

Como es sabido, en nuestro país el Gobierno quiere poner en marcha en 1999 una reforma, actualmente en estudio, del IRPF. Algunas propuestas abogan por una rebaja de los tipos máximos del impuesto hasta acercarlos al tipo general del Impuesto sobre Sociedades, el 35%, así como por una elevación del mínimo exento y una reducción del número de tramos de la tarifa. Supongamos una tarifa de cuatro tramos: las rentas hasta 2 millones de pesetas estarían exentas; entre 2 y 5 millones soportarían un tipo del 25%, entre 5 y 10 millones el tipo impositivo sería del 30% y a partir de 10 millones del 35%.

Bajo este supuesto, se obtienen los siguientes valores para los parámetros: $p = 1.245$ ($R^2 = 0.994$), $a = 0.057$. Con ello la función de utilidad estimada y el impuesto estimado son $u(x) = -x^{-0.245}$ y $t(x) = x - (x^{-0.245} + 0.057)^{-1/0.245}$, respectivamente. El ajuste entre el impuesto observado y el estimado es bueno, siendo 1.001 el valor de la media de sus cocientes, con un coeficiente de variación del 5.27%, para todo el recorrido de la base liquidable[13].

Hasta ahora hemos utilizado datos nominales. Con la información que proporcina la última Memoria de la Administración Tributaria (1995)

[13] En realidad hemos analizado un impuesto con tres tramos, sin incorporar al análisis el hecho de que las rentas inferiores a dos millones están exentas, pues como ya se indicó al exponer la metodología para ese tramo de renta el regresor $Y = ln(t(x))$ no está definido. Si para eludir este inconveniente asignamos una cuota íntegra muy reducida (una peseta, por ejemplo) a los valores iniciales de la base imponible, 1 y 1.5 millones, no sólo el coeficiente de determinación de la regresión lineal mediante la que estimamos p se reduce drásticamente hasta 0.542, sino que dicha estimación es muy imprecisa, en el sentido de que es muy sensible a la adición o supresión de unas pocas observaciones.

en relación al IRPF de 1994, vamos a realizar el ajuste para la tarifa efectiva de ese año a partir de los datos que figuran en el Cuadro 3 para diferentes valores de la base liquidable y sus correspondientes cuotas líquidas.

CUADRO 3
Tarifa efectiva (IRPF 1994)

Base liquidable *(x)* (En 10^6 ptas.)	Cuota íntegra *(t(x))* (En 10^6 ptas.)
0.5	0.009860
0.5	0.002644
0.9	0.018234
1.2	0.062195
1.6	0.136234
2.0	0.221399
2.4	0.316906
2.8	0.422801
3.2	0.534975
3.6	0.647107
4	0.765590
4.4	0.890769
4.8	1.022673
5.2	1.158426
6.0	1.443336
6.8	1.750299
7.6	2.078164
8.4	2.427922
9.2	2.796549
10.4	3.359945
12.5	4.455316
14.5	5.514172
17.5	6.877180
22.5	9.608249
42.5	20.38149
62.5	30.19891

Fuente Memoria de Administración Tributaria de 1995 y elaboración propia

El valor estimado de p es 1.94 con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.9515$, siendo $a = 0.0479$, lo que conduce a una cuota líquida estimada $t(x) = x - (x^{-0.94} + 0.0479)^{-1/0.94}$ que no se ajusta bien con la observada, dado que el coeficiente de variación de los cocientes entre ambas es del 25,87%, lo que indica una dispersión considerable entre las dos cuotas. También en este caso las discrepancias más fuertes se presentan en los valores extremos de la base liquidable. Utilizando las observaciones en las que el rango de la base liquidable es el intervalo [1.2;17.5], que incluye al 75.71% de los declarantes, se obtienen los siguientes resultados: el coeficiente estimado de aversión al riesgo es $p = 1.87$ con $R^2 = 0.9926$, siendo el error estándar de la regresión 0.1062. Con ello, la función de utilidad es $u(x) = -x^{-0.87}$, la pérdida de utilidad común a todos los contribuyentes es $a = 0.05630$ con una desviación típica de 0.00540 y la cuota líquida teórica viene dada por $t(x) = x - (x^{-0.87} + 0.00563)^{-1/0.87}$. Los cocientes entre las cuotas líquidas observadas y estimadas, o entre los respectivos tipos efectivos, tienen una media de 1.00114 con un coeficiente de variación del 8.38%. En consecuencia el ajuste mejora sensiblemente al restringir el recorrido de la base liquidable.

En definitiva, con los datos declarados del año 1994 el ajuste entre el impuesto observado y el estimado no es satistactorio si se considera toda la escala de rentas. Excluyendo las bases por debajo de 1.2 millones de pesetas y las situadas por encima de 17.5 millones ambos impuestos presentan un ajuste razonable. Así, el impuesto efectivo que recae sobre las rentas medias y medio-altas es consistente con el que se deriva del principio de igual sacrificio.

Comparando los resultados anteriores con los que se obtienen a partir de las tarifas nominales del impuesto para ese mismo año, se concluye que el impuesto efectivo, cuyos tipos son menores que los nominales debido al sistema de deducciones que se aplica a la cuota íntegra, es más progresivo que el nominal. Esto es, los tipos efectivos son menores que los nominales pero su tasa de crecimiento es mayor que la de éstos. Concretamente, si para los valores de la base liquidable que aparecen en el Cuadro 3 se consideran las cuotas íntegras de la tarifa individual del IRPF-1994, resulta $p = 1.59$ ($R^2 = 0.989$), mientras que para la tarifa conjunta se obtiene $p = 1.77$ ($R^2 = 0.974$). También en este caso la progresividad nominal del impuesto es mayor para la tarifa conjunta que para la individual. Si consideramos los valores de la base liquidable comprendidos entre 1.2 y 17.5 millones de pesetas, los valores estimados de p son $p = 1.58$ ($R^2 = 0.999$) para la tarifa individual y $p = 1.80$ ($R^2 = 0.998$) para la conjunta.

El que la tarifa efectiva presente tipos cuya tasa de crecimiento es mayor que la de los tipos nominales, implica que el sistema de deducciones, globalmente considerado, incide positivamente en la progresividad y en el impacto redistributivo del impuesto.

El análisis de la tarifa efectiva del IRPF para 1994, cuando se considera todo el rango de la base liquidable, pone de manifiesto que el principio de igual sacrificio no es compatible con cualquier tarifa. Existen tarifas perfectamente razonables que no admiten una interpretación a partir de ese principio, al menos en relación a una función de utilidad isoelástica. Si $u(x) = -x^{1-p}$, $1 < p < 2$, el tipo medio del impuesto, obtenido a partir de la expresión [10], es $t(x)/x = 1-(1+ax^{p-1})^{1/1-p}$, que es una función estrictamente cóncava[14]. Por lo tanto, una tarifa en la que el tipo medio presente alternativamente tramos de concavidad y de convexidad, no ajustará bien con el modelo que estamos considerando, lo que no excluye la compatibilidad en determinados tramos de renta, aquellos en los que los tipos medios o efectivos presenten una gráfica creciente y cóncava. Por otra parte, en este modelo tanto los tipos medios como los marginales varían con continuidad entre cero, cuando la renta tiende a cero, y la unidad, cuando la renta tiende a infinito[15], lo que justifica la discrepancia entre el impuesto observado y el ajustado en los extremos inferior y superior de la distribución de rentas. Las tarifas reales, a fin de conservar los incentivos económicos, presentan a partir de un cierto nivel de renta tipos medios y marginales menores de los que requiere el principio de igual sacrificio, mientras que en los tramos inferiores de la distribución, ahora por necesidades recaudatorias, los tipos reales iniciales suelen ser mayores que los requeridos por ese principio.

Para ilustrar este hecho consideremos una tarifa como la que figura en el Cuadro 4. Presenta un primer tramo, hasta los 4 millones de pesetas, con un tipo constante, seguido de un intervalo, entre 4 y 10 millones de pesetas, con tipos medios crecientes, para terminar con un tipo constante del 40% a partir de 10 millones. En este caso se obtienen las siguientes estimaciones: $p = 1.28$ ($R^2 = 0.995$), $a = 0.0623$, con lo cual es $u(x) = -x^{-0.28}$ y el impuesto ajustado es $t(x) = x - (x^{-0.28} + 0.0623)^{-1/0.28}$. Como se puede apreciar en el Gráfico 4, el ajuste empeora sensiblemente tanto entre el impuesto observado y estimado, como entre sus respectivos tipos medios. Los cocientes entre los valores observados y ajustados tienen un valor medio de 1.03,

[14] En efecto, la derivada segunda del tipo medio $(t(x)/x)' = a(p-2)x^{p-3}(1 + ax^{p-1})^{p/(1-p)} - a^2x^{2p-4}(1 + ax^{p-1})^{(2p-1)/(1-p)} < 0$, ya que el primer sumando es negativo al suponer $p < 2$

[15] Al ser $p > 1$ se cumple $lim_{x\to 0^+}(t(x)/x) = lim_{x\to 0^+}[1-(1+ax^{p-1})^{1/(1-p)}] = 0$, $lim_{x\to\infty}[1-(1+ax^{p-1})^{1/(1-p)}] = 1$

Análogamente, $t'(x) = 1 - (1 + ax^{p-1})^{p/(1-p)}$ siendo $lim_{x\to 0^+}t'(x) = 0, \lim_{x\to\infty} t'(x) = 1$

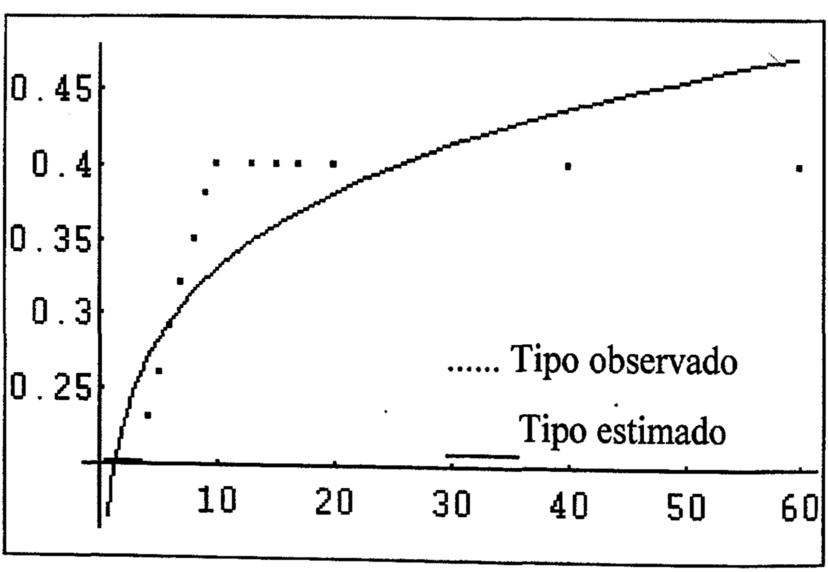
próximo a la unidad, pero su coeficiente de variación es del 14.7%, por lo que el ajuste presenta una dispersión considerable.

CUADRO 4
Impuesto no compatible con la hipótesis de igual sacrificio

Base liquidable (En 10^6 ptas)	Cuota íntegra observada (En 10^6 ptas.)	Cuota íntegra estimada (En 10^6 ptas.)	Tipo medio observado	Tipo medio estimado
0.5	0 10	0.081940	0.20	0.163879
1	0.20	0.194410	0 20	0 194410
1.5	0 30	0 321604	0.20	0.214403
2	0 40	0 459178	0 20	0 229589
2 5	0.50	0 604886	0 20	0.241954
3	0 60	0.757329	0.20	0 252443
3.5	0 70	0.915543	0.20	0.261584
4	0.92	1.078819	0 23	0.269705
5	1 30	1.418485	0.26	0.283697
6	1.74	1.773127	0.29	0.295521
7	2.24	2 140545	0 32	0 305792
8	2.80	2.519127	0.35	0.314891
9	3 42	2 907637	0.38	0.323071
10	4.00	3.305095	0 40	0.330510
13	5.20	4.543819	0 40	0.349525
15	6 00	5.402787	0 40	0.360186
17	6.80	6.284463	0 40	0.369674
20	8.00	7.644343	0 40	0.382217
40	16 00	17.53328	0 40	0.438332
60	24 00	28.37250	0.40	0 472875

Elaboración propia

GRÁFICO 4
Tipo medio estimado y observado (Impuesto no compatible)



4. Conclusiones

En este artículo nos hemos planteado el verificar en qué medida las tarifas del IRPF eran compatibles con las de un impuesto que cumpliese el principio de igual sacrificio respecto de una función de utilidad isoelática. Ello supone, en primer lugar, el estimar para cada uno de los casos considerados el coeficiente de aversión relativa al riesgo, cuyo valor está relacionado con el grado de progresividad de la tarifa.

Sin ánimo de repetir los resultados obtenidos en la sección anterior, resumimos brevemente los que consideramos más relevantes.

Las estimaciones obtenidas para el coeficiente de aversión relativa al riesgo a partir de las tarifas nominales del IRPF para 1994, 1996 y 1997 oscilan entre 1.47 y 1.77. Estos valores son similares a los obtenidos por Young (1990) a partir de las tarifas nominales del impuesto sobre la renta en Italia, Alemania y Japón en 1987, comprendidos entre 1.40 y 1.63. Para los tres años analizados la tarifa nominal conjunta presenta en relación a la individual una mayor progresividad. En todos los casos del ajuste entre la tarifa observada y la del impuesto teórico que supone igual sacrificio es satisfactorio para los tramos intermedios de renta, difiriendo en los extremos de la distribución por las razones ya señaladas en la sección anterior.

Al considerar la tarifa efectiva del IRPF para 1994, restringida también al tramo de rentas medias, el valor estimado de p es 1.79, superior al que se obtiene para las tarifas nominales, individual o conjunta, de ese mismo año. En consecuencia, las deducciones que se aplican a la cuota íntegra contribuyen a reforzar el efecto redistributivo.

Para una tarifa de estructura más sencilla, con cuatro tramos, un mayor mínimo exento y una reducción del tipo máximo, se obtiene un valor del coeficiente p más reducido, disminuye la progresividad, aunque el ajuste es bueno si se excluye el tramo de rentas exentas.

En general, tarifas cuyos tipos medios sean una función estrictamente cóncava del nivel de renta, ajustan bien con las funciones impositivas que se derivan del cumplimiento de la hipótesis de igual sacrificio.

Referencias

Arrow, K.J. (1971), *Essays in the Theory of Risk Aversion,* North-Holland. Amsterdam.

Atkinson, A.B. (1970): "On the measurement of inequality", *Journal of Economic Theory* 2, pp. 244-263.

Atkinson, A.B. y J. Stiglitz (1980), *Lectures on Public Economics.* McGraw-Hill. New York.

Berliant, M. y M. Gouveia (1993): "Equal sacrifice and incentive compatible income taxation", *Journal of Public Economics* 51, pp. 219-240.

Buchholz, W., W.F. Richter y J. Schwaiger (1988): "Distributional implications of equal sacrifice rules", *Social Choice and Welfare* 5, pp. 223-226.

Cassel, G. (1901): "The theory of progressive taxation", *Economic Journal* 11, pp. 481-491.

Chakravarty, S.R (1990), *Ethical Social Index Numbers,* Springer-Verlag, New York.

Edgewort, F.Y. (1897): "The pure theory of taxation", en R.A. Musgrave y A.T. Peacock, eds., *Classics in the Theory of Public Finance*, MacMillan, 1958. New York.

Edgewort, F Y. (1919): "Methods of graduating taxes on income and capital", *Economic Journal* 29, pp. 138-153.

Friend, I. y M.E. Blume (1975). "The demand for risky assets", *American Economic Review* 65, pp. 900-922

Imedio, Parrado y Sarrión (1995): "Algunas consideraciones sobre progresividad impositiva e igual sacrificio", *IX Reunión Asepelt España* Santiago de Compostela

Lambert, P J. (1996), *La distribución y redistribución de la renta Un análisis matemático* Instituto de Estudios Fiscales. Madrid.

Mera, K. (1969): "Experimental determination of relative marginal utilities", *Quarterly Journal of Economics* 83, pp. 464-467.

Mill, J.S. (1848), *Principles of Political Economy,* en Fondo de Cultura Económica, México (1951).

Musgrave, R.A. (1959), *The Theory of Public Finance.* McGraw-Hill. New York.

Musgrave, R.A. y P.B. Musgave, (1991), *Hacienda Pública Teórica y Aplicada.* McGraw-Hill. Madrid.

Ok, E.A. (1995): "On the principle of equal sacrifice in income taxation", *Journal of Public Economics* 58, pp. 453-467.

Pigou, A (1928), *A Study in Public Finance.* MacMillan. London.

Pratt, J. (1964): "Risk aversion in the small and in the large", *Econometrica* 32, pp. 122-136.

Richter, W.F. (1983): "From ability to pay to concepts of equal sacrifice", *Journal of Public Economics* 20, pp. 211-229.

Robbins, L. (1938): "Interpersonal comparisons of utility", *Economic Journal* 48, pp. 635-641.

Samuelson, P.A. (1947), *Foundations of Economic Analysis.* Harvard University Press. Cambridge.

Secretaría de Estado de Hacienda (1995), *Memoria de la Administración Tributaria* Madrid.

Sidgwick, H. (1883), *The Principles of Political Economy.* MacMillan (1983). London.

Stuart, A.J. (1889): "On progressive taxation", en R.A. Musgrave y A.T. Peacock, eds., *Classics in the Theory of Public Finance*, MacMillan, 1958. New York.

Young, H.P. (1987): "Progressive taxation and the equal sacrifice principle", *Journal of Public Economics* 32, pp. 203-214.

Young, H.P. (1988): "Distributive justice in taxation", *Journal of Economic Theory* 44, pp. 321-335.

Young, H.P. (1990): "Progresive taxation and equal sacrifice", *American Economic Review* 80, pp. 253-266.

Abstract

The aim of this paper is to contrast whether or not the tax schedules of the I.R.P.F. in Spain, corresponding to the last few years imply the same loss of utility to the taxpayers with respect to an isoelastic utility function. That is, we verify the compatibility between the nominal or effective tax schedules of the IRPF and those derived from the equal sacrifice principle. The answer to this question is satisfactory, specially in the steps of intermediate incomes. With this method we obtain estimations of the proportional aversion risk coefficient which is related with the degree of progressivity of the tax. In all considered cases the joint tax schedule is more progressive than the individual one, and the effective more that the nominal.

Recepción del original, julio de 1997
Versión final, julio de 1999