

## POLÍTICA MONETARIA Y CAMBIOS DE RÉGIMEN EN LOS TIPOS DE INTERÉS DEL MERCADO INTERBANCARIO ESPAÑOL

JOSÉ LUIS FERNÁNDEZ-SERRANO

*Universidad Europea de Madrid*

M. DOLORES ROBLES FERNÁNDEZ

*Universidad Complutense de Madrid*

*En este trabajo analizamos el comportamiento dinámico del tipo de interés a un mes del mercado interbancario español entre 1987 y 2001. Se utiliza un proceso de difusión tipo raíz cuadrada que permite que el tipo cambie dependiendo del estado de la economía. El cambio entre regímenes es dirigido por un proceso de Markov de primer orden con probabilidades de transición dependientes del estado. Encontramos dos regímenes claramente diferenciados que podemos relacionar con fenómenos de índole monetario y con el proceso de integración europea. Hay periodos en los que el tipo de interés es extremadamente alto y volátil, y otros caracterizados por tipos de interés bajos poco volátiles que se comportan claramente como un paseo aleatorio.*

*Palabras clave: Proceso de Markov, tipo de interés a corto plazo, proceso de difusión.*

(JEL E13, E43, G12)

### 1. Introducción

En los últimos años encontramos una gran proliferación de trabajos centrados en analizar las propiedades estocásticas del tipo de interés a corto plazo motivados por la importancia de esta variable en economía y finanzas. A partir del artículo de Chang, Karoly, Longstaff y Sanders (1992) el interés ha estado en averiguar qué modelo es capaz de recoger las regularidades empíricas de los tipos. En muchos de los trabajos se considera de manera explícita el efecto de cambios en las condiciones

Queremos agradecer los comentarios de dos evaluadores anónimos. Este trabajo ha sido financiado con el proyecto BEC2003-3965 del Ministerio de Ciencia y Tecnología.

del ciclo económico o en la política monetaria. Estos cambios pueden afectar a los tipos reales y a las tasas de inflación esperadas y causar que los tipos de interés nominales tengan un comportamiento bastante diferente en distintos períodos de tiempo.

El análisis de la presencia de estos cambios se ha abordado generalmente de dos formas: análisis de cambio estructural y con modelos de cambio de régimen (CR). Dentro del primer enfoque encontramos trabajos como el de Episcopos (2000), Rico (2000) o García-Montalvo (1998). En ellos se analiza la presencia de cambio estructural estimando el modelo para el tipo de interés por submuestras o con variables ficticias.

Frente a este enfoque, los modelos CR, desarrollados a partir del modelo propuesto por Hamilton (1988), tienen la ventaja de que permiten que los parámetros cambien a lo largo del tiempo guiados por una variable de estado de Markov no observable. Del mismo modo, permiten estimar la probabilidad de que la economía se encuentre en un régimen determinado. Entre los trabajos que han aplicado estos modelos al análisis de los tipos de interés podemos destacar Hamilton (1988), Lewis (1991), Evans y Lewis (1994), Solá y Driffill (1994), Garcia y Perron (1996) Gray (1996), Dahlquist y Gray (2000), Bekaert, Hodrick y Marshall (2001) y Ang y Bekaert (2002a, 2002b).

La inestabilidad en los tipos puede ser especialmente relevante en el caso de los países de la Unión Europea, dados los cambios a que se han visto sometidos a raíz del proceso de integración europea. Por ejemplo, Episcopos (2000) encuentra cambios en los parámetros del modelo para Bélgica a finales de 1993 y Alemania en 1994. Dahlquist y Gray (2000) utilizan modelos CR y encuentran cambios de régimen en los tipos de interés de Bélgica, Dinamarca, Francia, Alemania, Italia y Holanda relacionados con los ataques especulativos a las distintas monedas del Sistema Monetario Europeo (SME) a principios de los años 90.

Del mismo modo, el proceso de integración es también una fuente potencial de inestabilidad en los tipos de interés en el caso de España. La incorporación de la divisa española al SME supuso un cambio en la instrumentación de la política monetaria por parte del Banco de España (BE), que pasó a controlar de manera directa el tipo de interés a corto plazo. Sin embargo, para conseguir que la peseta fluctuara en la banda del 6 % establecida en Mecanismo de Tipos de Cambio (MTC) el BE se vio obligado a intervenir frecuentemente en los mercados de

divisas, lo cual inevitablemente limitaba el margen de maniobra en el control del tipo a corto plazo.

Algunos autores han considerado los efectos del proceso de integración sobre el tipo a corto plazo en España. Por ejemplo, García Montalvo (1998) analiza el tipo a un mes del mercado interbancario con una muestra de datos mensuales de 1980 a 1996. Encuentra un cambio estructural en junio de 1989 relacionado con la incorporación de la peseta al SME. Rico (2000) analiza el tipo a un día de las operaciones de compra-venta con pacto de recompra de las letras del Tesoro con datos mensuales entre 1989 y 1995, incorporando un cambio estructural en abril de 1993 tras una inspección visual de la serie. Fernández-Serrano y Robles (2001) analizan la presencia de cambios estructurales en los tipos de interés con plazos de 1, 3, 6 y 12 meses del mercado interbancario considerando la presencia del cambio y la fecha en que ha tenido lugar de manera endógena. Analizan tipos medios semanales entre 1987 y 1999. Detectan la existencia de un cambio estructural en mayo de 1993, relacionado con la crisis del SME. Adicionalmente, en un análisis de la transmisión de volatilidad de los tipos del mercado de deuda pública español, Benito (2001) indica la presencia de dos regímenes diferenciados en los tipos de interés españoles relacionados con la crisis de credibilidad de la política monetaria y la poca probabilidad asignada por los mercados a la entrada de la peseta en el euro entre 1993 y 1995.

En este trabajo nos proponemos estudiar la dinámica de los tipos a corto plazo entre 1987 y 2001 utilizando una versión del modelo CR generalizado propuesto por Gray (1996). Partimos del proceso de difusión de Cox, Ingersoll y Ross (CIR)(1985) permitiendo que tanto el grado de reversión a la media como la dependencia de la volatilidad del nivel de los tipos sea diferente en cada régimen.

Para estimar el modelo utilizamos la discretización del proceso de difusión desarrollada por Nowman (1997) y estimamos por máxima verosimilitud. Adicionalmente consideramos la posibilidad de que la probabilidades de transición sean dependientes del estado en que se encuentre la economía, siendo función de la información disponible. Como veremos más adelante, la economía española y más concretamente su política monetaria, se ha visto sometida a cambios importantes durante el periodo analizado. Esto puede justificar la existencia de cambios de régimen en el comportamiento de los tipos de interés que pueden ser

importantes a la hora de elegir un modelo que recoja adecuadamente la evolución del tipo.

El resto del trabajo se estructura como sigue. En la siguiente sección se desarrolla el modelo CR para el tipo de interés. En la sección 3 se describen los datos analizados y se presentan los resultados obtenidos en la estimación del modelo. Por último, en la sección 4 se muestran las principales conclusiones.

## 2. Metodología

El modelo para el tipo de interés a corto plazo debe ser tal que capte sus características empíricas. De este modo elegimos un modelo que sea capaz de recoger la reversión a la media del tipo de interés y su exceso de curtosis. Ambos fenómenos se han tratado habitualmente en la literatura a través de procesos de difusión en tiempo continuo. En el caso más general la dinámica del tipo de interés se puede describir como la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$dr = (\alpha + \beta r) dt + \sigma r^\gamma dW \quad [1]$$

donde  $r$  es el tipo de interés instantáneo libre de riesgo,  $dW$  es el incremento de un movimiento Browniano estándar,  $\alpha$  y  $\beta$  representan la deriva y la reversión a la media del proceso<sup>1</sup>, y  $\gamma$  recoge el grado de dependencia de la desviación típica respecto del nivel de tipo de interés, por lo que capta el posible exceso de curtosis de la distribución incondicional.

Tal como Chang, Karoly, Longstaff y Sanders (1992) mostraron, la expresión [1] anida un gran número de modelos para el tipo de interés propuestos en la literatura. En particular, con  $\gamma = 0$  tenemos el modelo de Vasicek (1977) y con  $\gamma = 0,5$  tenemos el proceso raíz cuadrada propuesto por Cox, Ingersoll y Ross (1985).

Para estimar la ecuación [1] el modelo debe estar en forma discreta. Nowman (1997) desarrolla la discretización de la expresión [1] como:

$$\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta}(e^\beta - 1) + (e^\beta - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t \quad [2]$$

<sup>1</sup>En particular  $-\beta$  mide la velocidad del ajuste del tipo de interés a su media a largo plazo, la cual es  $-\alpha/\beta$ .

donde el error,  $\varepsilon_t$ , sigue una distribución normal de media cero y varianza condicional:

$$\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta}(e^{2\beta} - 1)r_{t-1}^{2\gamma} \tag{3}$$

Tal como muestra Nowman (1997), las expresiones [2] y [3] son la discretización exacta del proceso para modelos en los que  $\gamma = 0$ . Cuando se considera un modelo con efecto nivel en varianza, como el modelo de CIR, estas expresiones son una aproximación discreta a dicho proceso<sup>2</sup>.

A partir de este modelo, y siguiendo a Gray (1996), incorporamos cambios de régimen en el proceso generador de datos de los tipos de interés. Para ello formularemos un proceso de cambio de régimen de Markov, en el cual el tipo de interés seguirá un proceso de difusión en cada régimen. Los parámetros relevantes van a depender del estado en que se encuentre la economía, pudiendo ser distintos entre regímenes.

Consideramos un modelo de 2 regímenes. Para ello, definimos la variable  $S_t = 1, 2$  como un indicador no observable que indica en que régimen se encuentra la economía en el periodo  $t$ . El proceso de difusión en este caso se puede escribir como:

$$\Delta r_t = \mu(S_t) + \sigma(S_t)z_t \tag{4}$$

donde  $z_t$  es una variable normal de media cero y varianza uno, independiente e idénticamente distribuida,  $\mu(S_t)$  y  $\sigma(S_t)$  son, respectivamente, la deriva y la volatilidad del tipo de interés, que dependen del estado en que se encuentre la economía. Por conveniencia nos referimos a ellas como  $\mu_{it}$  y  $\sqrt{h_{it}}$ , donde el subíndice  $i$  hace referencia al estado en que se encuentra la economía:  $S_t = i, i = 1, 2$ .

Suponemos que en cada régimen el tipo de interés sigue un proceso tipo CIR, es decir, que la deriva y la volatilidad toman la forma:  $\mu_{it} = \frac{\alpha_i}{\beta_i}(e^{\beta_i} - 1) + (e^{\beta_i} - 1)r_{t-1}$  y  $h_{it} = \frac{\sigma_i^2}{2\beta_i}(e^{2\beta_i} - 1)r_{t-1}$ , con  $i = 1, 2$ . Nos restringimos al modelo CIR para permitir una mejor interpretación de

<sup>2</sup>Nowman (1997) muestra que en el caso de  $\gamma \neq 0$  las expresiones [2] y [3] son la discretización exacta de una aproximación del proceso [1], en el que la varianza es constante durante el periodo de observación.

las diferencias que encontremos en la volatilidad de los tipos de interés entre los dos regímenes<sup>3,4</sup>.

Como es habitual en la literatura, y siguiendo a Hamilton (1988, 1989) suponemos que  $S_t$  sigue un proceso de Markov de primer orden. Permitimos que la probabilidades de transición entre estados, en un periodo de tiempo,  $t$ , puedan depender tanto del estado del periodo anterior como del conjunto de información disponible:

$$\begin{aligned} \Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 1; \Omega_{t-1}] &= P_t \\ \Pr[S_t = 2 | S_{t-1} = 1; \Omega_{t-1}] &= (1 - P_t) \\ \Pr[S_t = 2 | S_{t-1} = 2; \Omega_{t-1}] &= Q_t \\ \Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 2; \Omega_{t-1}] &= (1 - Q_t) \end{aligned} \quad [5]$$

En particular, suponemos que estas probabilidades son función del nivel de los tipos de interés del periodo anterior según la expresión:

$$\begin{aligned} P_t &= \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1}) \\ Q_t &= \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1}) \end{aligned} \quad [6]$$

donde  $c_i$  y  $d_i$ ,  $i = 1, 2$ , son parámetros desconocidos y  $\Phi(\cdot)$  es la distribución normal acumulada, que garantiza que  $P_t$  y  $Q_t$  estén entre 0 y 1. Adicionalmente, consideraremos el caso en el que las probabilidades de transición son constantes, es decir, con  $d_i = 0$ ,  $i = 1, 2$ .

El modelo de cambio de régimen recogido en la expresión [4] permite que el grado de reversión a la media sea distinto entre regímenes, así como la media a largo plazo. Del mismo modo, el efecto nivel de la varianza puede ser distinto entre regímenes. Si suponemos normalidad condicional en cada régimen, el modelo CR implica que la distribución de los cambios en el tipo de interés es una mixtura de normales del tipo:

$$\Delta r_t | \Omega_{t-1} \begin{cases} N(\mu_{1t}, h_{1t}) & \text{con probabilidad } p_{1t} \\ N(\mu_{2t}, h_{2t}) & \text{con probabilidad } (1 - p_{1t}) \end{cases} \quad [7]$$

<sup>3</sup>Adicionalmente, tal como muestra Dahlquist (1996), al fijar el valor de  $\gamma$  se evitan problemas en la maximización de la función de verosimilitud relacionados con la alta correlación existente entre  $\gamma$  y  $\sigma$ .

<sup>4</sup>Otros autores, como Cai (1994), Hamilton y Susmel (1994), Gray (1996) o Ang y Bekaert (2002b), analizan el caso en que la volatilidad presenta adicionalmente una estructura tipo GARCH. En nuestro caso no incorporamos este tipo de comportamiento con objeto de ganar sencillez en el análisis de la importancia de la existencia de dos regímenes sobre el efecto nivel en varianza.

donde  $\Omega_{t-1} = \{r_{t-1}, r_{t-2}, \dots, r_0\}$  es el conjunto de información disponible hasta el periodo  $t - 1$  y  $p_{1t} = \Pr[S_t = 1 | \Omega_{t-1}]$ , es decir, es la probabilidad de estar en el régimen 1 dado el conjunto de información disponible. Esta probabilidad se calcula como:

$$\Pr[S_t = 1 | \Omega_{t-1}] = \Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 2, \Omega_{t-1}] * \Pr[S_{t-1} = 2 | \Omega_{t-1}] + \Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 1, \Omega_{t-1}] * \Pr[S_{t-1} = 1 | \Omega_{t-1}] \quad [8]$$

Aplicando la regla de Bayes se obtiene:

$$p_{1t} = (1 - Q_t) \left[ \frac{g_{2t-1}(1 - p_{1t-1})}{g_{1t-1}p_{1t-1} + g_{2t-1}(1 - p_{1t-1})} \right] + P_t \left[ \frac{g_{1t-1}(1 - p_{1t-1})}{g_{1t-1}p_{1t-1} + g_{2t-1}(1 - p_{1t-1})} \right] \quad [9]$$

donde:  $g_{it} = f(\Delta r_t | S_t = i; \Omega_{t-1})$ ,  $i = 1, 2$ , siendo  $f(\cdot)$  la función de densidad Normal, y  $P_t$  y  $Q_t$  las probabilidades descritas en [5] y [6]. Esta probabilidad, comúnmente denominada probabilidad *ex-ante*, es especialmente interesante a la hora de hacer previsiones del tipo de interés. Adicionalmente, calcularemos la probabilidad suavizada,  $p_{st} = \Pr[S_t = 1 | \Omega_T]$ , que es la probabilidad de que la observación del tipo de interés del periodo  $t$  se corresponda al régimen 1. Por ello, permite ver si efectivamente ha habido un cambio de régimen y cuándo ha ocurrido. Para calcularla utilizaremos el filtro desarrollado por Gray (1995).

Nótese que, aunque en el modelo CIR de un solo régimen los momentos condicionales dependen sólo del nivel del tipo de interés del periodo anterior,  $r_{t-1}$ , en el caso del modelo CR esos momentos dependen de toda la historia pasada del tipo de interés a través de su dependencia de la probabilidad *ex-ante* y dada la naturaleza recursiva de ésta. En el modelo CR la media condicional es suma de las medias condicionales en cada régimen ponderadas por la probabilidad de estar en ese régimen:

$$E(\Delta r_t | \Omega_{t-1}) = p_{1t}\mu_{1t} + (1 - p_{1t})\mu_{2t} \quad [10]$$

Bajo el supuesto de normalidad condicional, la varianza condicional es, por un lado, la suma ponderada de las varianzas en cada régimen, a la que se añade el efecto del cambio de un régimen a otro:

$$\begin{aligned} var(\Delta r_t | \Omega_{t-1}) &= E(\Delta r_t^2 | \Omega_{t-1}) - E(\Delta r_t | \Omega_{t-1})^2 \\ &= p_{1t}(\mu_{1t}^2 + h_{1t}) + (1 - p_{1t})(\mu_{2t}^2 + h_{2t}) \\ &\quad - [p_{1t}\mu_{1t} + (1 - p_{1t})\mu_{2t}]^2 \end{aligned} \quad [11]$$

### 3. Resultados

En este estudio vamos a analizar el tipo de interés a un mes del mercado interbancario entre enero de 1987 y junio de 2001. La muestra está compuesta por 752 observaciones semanales y se ha construido tomando el dato correspondiente al miércoles a partir de la serie diaria procedente del Banco de España. Consideramos el tipo de interés anualizado compuesto en tiempo continuo.

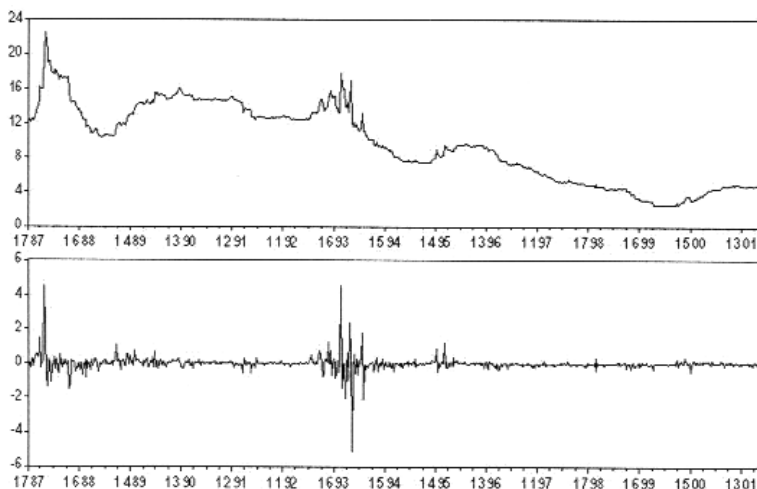
En un examen de la economía española durante este periodo, encontramos que entre 1987 y 1989 se adoptó una política monetaria restrictiva caracterizada por tipos de interés altos. En un contexto de integración económica, con casi ninguna restricción en los movimientos de capital, estos altos tipos de interés causaron fuertes tensiones en el mercado de cambio y obligaron al BE a intervenir frecuentemente en los mercados de divisas para estabilizar los tipos de cambio. Esta inestabilidad se corrigió parcialmente con la incorporación de la moneda española en el SME en junio de 1989, lo cual abrió una fase de cierta estabilidad económica que duró hasta 1992. En este periodo el BE realizaba un control mixto de tipos de interés y cantidad de dinero.

A partir de junio de 1989 el BE se centra en el control de los tipos de interés. De 1992 a 1993, los mercados financieros europeos experimentan fuertes subidas y bajadas. Como se ha comentado anteriormente, varias monedas del sistema sufren ataques especulativos. Se produce una crisis de credibilidad sobre la llegada a buen término de la unión monetaria. Como consecuencia, en agosto de 1993 las bandas de fluctuación para los tipos de cambio en el SME tuvieron que ser ampliadas al  $\pm 15\%$  para la mayoría de las divisas. Nuevamente el BE tuvo que intervenir muy a menudo en los mercados de cambio para conservar la paridad de la divisa española, devaluando la moneda en tres ocasiones entre septiembre de 1992 y mayo de 1993. En esta situación, había mucha presión al alza sobre los tipos de interés a corto plazo.

Desde 1995, tras la puesta en vigor de la Ley de Autonomía del BE, el objetivo último de la política monetaria fue definido más precisamente en términos de una tasa de inflación baja específicamente anunciada. En diciembre de 1997 la economía española cumplía los criterios de convergencia marcados en el Tratado de la Unión Europea, por lo que la moneda española pasó a formar parte del euro, que se pone en marcha a partir de 1999. Desde esta fecha la política monetaria ha pasado a ser diseñada por el Banco Central Europeo (BCE).



GRÁFICO 1  
 Tipo de interés anual y su primera diferencia



Como puede observarse en el Gráfico 1 el tipo de interés ha presentado una tendencia decreciente durante todo el periodo, aunque de manera más marcada desde mediados de 1993. Destaca la gran variabilidad del tipo entre 1987 y 1989 y entre 1992 y 1993. En el primer caso esa gran variabilidad es consecuencia del tipo de instrumentación de la política monetaria, mientras que en el segundo parece estar detrás la crisis del SME.

CUADRO 1  
 Estadísticos descriptivos

Estadísticos	$r_t$		$\Delta r_t$	
	Parámetros	Desviación típica	Parámetro	Desviación típica
Media	9.6370	0.1619	-0.0105	0.0153
Varianza	19.6808	0.6670	0.1766	0.0538
Asimetría	0.0647	0.0626	1.0258	3.2936
Curtosis	-1.1375	0.0826	67.5252	11.7398
<i>Corr</i> ( $\Delta r_t, r_{t-1}$ )	-	-	-0.0408	0.0365
Contrastes	Valor	Valor p	Valor	Valor p
Bera-Jarque	-	-	141.2414	(0.0000)
<i>Ljung - Box</i> :				
Q(1)	-	-	10.2553	(0.0014)
Q(2)	-	-	10.7481	(0.0046)
Q(3)	-	-	19.7667	(0.0002)
Q(5)	-	-	29.6248	(0.0000)
Q(10)	-	-	40.9771	(0.0000)
Q(15)	-	-	41.1324	(0.0000)

Nota. El contraste de *Ljung - Box* se calcula sobre el cuadrado de los cambios del tipo de interés.

CUADRO 2  
Resumen de los modelos estimados

Modelo	Media	Varianza	Probabilidad
Modelo CIR sin CR	$\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta}(e^\beta - 1) + (e^\beta - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$	$\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta}(e^{2\beta} - 1)r_{t-1}^2$	-
Modelo de Merton (1973) con CR	$\Delta r_t = \alpha_i + \varepsilon_t$ $i = 1, 2$	$\sigma_t^2 = \sigma_i^2$	(1) $P, Q$ $P_t = \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1})$ (2) $Q_t = \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1})$
Modelo Vasicek (1977) con CR	$\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta}(e^\beta - 1) + (e^\beta - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$ $i = 1, 2$	$\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta}(e^{2\beta} - 1)$	(1) $P, Q$ $P_t = \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1})$ (2) $Q_t = \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1})$
Modelo CIR con CR	$\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta}(e^\beta - 1) + (e^\beta - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$ $i = 1, 2$	$\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta}(e^{2\beta} - 1)r_{t-1}^2$	(1) $P, Q$ $P_t = \Phi(c_1 + d_1 r_{t-1})$ (2) $Q_t = \Phi(c_2 + d_2 r_{t-1})$

En el Cuadro 1 se muestran los estadísticos descriptivos incondicionales del tipo de interés y de su primera diferencia. Como se puede observar, el cambio medio no es significativamente distinto de cero y la serie presenta un exceso de apuntamiento significativo, rechazándose claramente la hipótesis de normalidad. La correlación entre el cambio en el tipo y el primer retardo del mismo es negativa, indicando un cierto grado de reversión a la media.

Seguidamente estimamos el modelo propuesto en la ecuación [4] por máxima verosimilitud<sup>5</sup>. Realizamos la estimación en varios casos: con y sin cambio de régimen e incorporando una serie de restricciones a los parámetros del modelo. De este modo pretendemos determinar qué características de los modelos son realmente relevantes para captar la reversión a la media y la heteroscedasticidad del tipo de interés. En el Cuadro 2 se presenta un resumen de los modelos que vamos a estimar.

En total estimamos 7 modelos, la mayoría anidados. El primer modelo es el proceso CIR sin cambio de régimen. El segundo es un proceso que no considera reversión a la media ni efecto nivel en la varianza. La formulación coincide con la propuesta por Merton (1973). Con el tercer modelo consideraremos la posibilidad de reversión a la media con deriva, pero no el efecto nivel en varianza. La formulación de dicho proceso es la de Vasicek (1977). Por último estimamos el modelo CIR completo. Estos tres modelos se estiman en un contexto de cambio de régimen considerando dos casos: probabilidad de transición constante y probabilidad de transición estado-dependiente.

Todos los modelos se estiman por máxima verosimilitud<sup>6</sup> utilizando el algoritmo BFGS de Broyden, Fletcher, Goldfard y Shanno<sup>7</sup>. Las desviaciones típicas se calculan apartir de la inversa del producto cruzado de las primeras derivadas del logaritmo de la función de verosimilitud.

En el Cuadro 3 mostramos los resultados de la estimación del modelo CIR de un solo régimen. Los parámetros de la ecuación de la media no son significativos, aunque el parámetro  $\beta$  es negativo, lo cual es coherente con cierto grado de reversión a la media. El tipo medio a largo plazo implícito es del 3.67% anual. Como puede verse, este

<sup>5</sup>Gray (1995) demuestra que el estimador de cuasi-máxima verosimilitud es consistente y asintóticamente normal bajo ciertas condiciones de regularidad. La derivación de la función de verosimilitud puede encontrarse en Gray (1996).

<sup>6</sup>Las rutinas de estimación se han desarrollado en GAUSS, utilizando la librería CML.

<sup>7</sup>Para una descripción del procedimiento véase Gill, Murray y Wright (1981).

modelo no es capaz de captar la heteroscedasticidad condicional de la serie.

CUADRO 3  
Modelo de un solo régimen

Parámetro	Estimación	Desviación típica
$\alpha$	0.0066	0.0414
$\beta$	-0.0018	0.0032
$\sigma$	0.1138	0.0005
Log de la función de verosimilitud	-234.8377	
Contrastes	Valor	Valor p
<i>Bera - Jarque</i>	99004	(0.0000)
<i>Ljung - Box:</i> Q(1)	7.7979	(0.0052)
Q(2)	8.0948	(0.0175)
Q(3)	16.1932	(0.0010)
Q(5)	25.8366	(0.0001)
Q(10)	39.2998	(0.0000)
Q(15)	139.9232	(0.0000)

*Nota.* El modelo se estima suponiendo normalidad condicional del error. La desviación típica se estima como el producto de las derivadas primeras de la función de verosimilitud. El estadístico de *Bera - Jarque* se calcula sobre la serie de residuos estandarizados del modelo, el estadístico de *Ljung - Box* se calcula sobre los residuos estandarizados al cuadrado. La ecuación estimada es:  $\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta}(e^\beta - 1) + (e^\beta - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$  con  $\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta}(e^{2\beta} - 1)r_{t-1}^2$ .

### 3.1. Modelo de cambio de régimen con probabilidad de transición constante

En el Cuadro 4 se muestran los resultados de la estimación de los modelos de Merton (1973), Vasicek (1977) y CIR en el caso de probabilidad de transición constante. En la estimación de los distintos modelos, probamos con distintos conjuntos de valores iniciales de los parámetros con objeto de garantizar que encontramos un máximo global<sup>8</sup>. Como puede verse en la primera columna del Cuadro 4, en el modelo de Merton encontramos características claramente diferenciadas entre los dos

<sup>8</sup> Adicionalmente, una vez encontrado el máximo, contrastamos su estabilidad reestimando el modelo utilizando como valores iniciales 4 conjuntos de valores elegidos aleatoriamente en un intervalo de  $\pm 15\%$  alrededor de los parámetros estimados en dicho máximo. Encontramos que la estimación del modelo es muy estable en todos los casos.

CUADRO 4  
Modelos de CR con probabilidad de transición constante

Parámetros	Merton			Vasicek			CIR		
	Estimación	Desviación típica	Desviación típica	Estimación	Desviación típica	Desviación típica	Estimación	Desviación típica	Desviación típica
$\alpha_1$	-0.0232	0.0981	0.6228	0.4276	0.0981	0.6228	0.0391	0.0981	0.3098
$\alpha_2$	-0.0082	0.0042	0.0110	-0.0089	0.0110	0.0110	0.0013	0.0110	0.0081
$\beta_1$	-	-	0.0425	-0.0341	-	0.0425	-0.0050	-	0.0234
$\beta_2$	-	-	0.0010	0.0001	0.0010	0.0010	-0.0011	-	0.0009
$\sigma_1$	1.0443	0.0301	0.0299	1.0376	0.0301	0.0299	0.2846	0.0301	0.0092
$\sigma_2$	0.0972	0.0026	0.0026	0.0973	0.0026	0.0026	0.0326	0.0026	0.0009
$P$	0.6542	0.0521	0.0520	0.6561	0.0521	0.0520	0.5618	0.0521	0.0612
$Q$	0.9368	0.0120	0.0119	0.9372	0.0120	0.0119	0.9237	0.0120	0.0131
Log de la función de verosimilitud	258.0466			260.8223			302.6898		
Contrastes	Valor	Valor p	Valor	Valor	Valor p	Valor	Valor	Valor p	Valor p
<i>Bera - Jarque</i>	319698	(0.0000)	(0.0000)	330307	(0.0000)	(0.0000)	150324	(0.0000)	(0.0000)
<i>Ljung - Box:</i>	Q(1)	(0.5504)	(0.5504)	0.4278	(0.5131)	(0.5131)	0.3627	(0.5470)	(0.5470)
	Q(2)	(0.8356)	(0.8356)	0.4279	(0.8074)	(0.8074)	0.3632	(0.8340)	(0.8340)
	Q(3)	(0.9469)	(0.9469)	0.4288	(0.9342)	(0.9342)	0.3662	(0.9471)	(0.9471)
	Q(5)	(0.5828)	(0.5828)	3.7438	(0.5869)	(0.5869)	6.9488	(0.2245)	(0.2245)
	Q(10)	(0.7695)	(0.7695)	6.2436	(0.7944)	(0.7944)	9.3346	(0.5007)	(0.5007)
	Q(15)	(0.8949)	(0.8949)	8.2499	(0.9134)	(0.9134)	15.7799	(0.3968)	(0.3968)

*Nota.* El modelo se estima suponiendo normalidad condicional del error. La desviación típica se estima como el producto de las derivadas primeras de la función de verosimilitud. El estadístico de *Bera - Jarque* se calcula sobre la serie de residuos estandarizados del modelo, el estadístico de *Ljung - Box* se calcula sobre los residuos estandarizados al cuadrado. La ecuación estimada en cada caso es:  
Merton:  $\Delta r_t = \alpha_i + \varepsilon_t$  con  $\sigma_t^2 = \sigma_i^2$   
Vasicek  $\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta}(e^{\beta} - 1) + (e^{\beta} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$  con  $\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta}(e^{2\beta} - 1)$   
CIR:  $\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta}(e^{\beta} - 1) + (e^{\beta} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$  con  $\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta}(e^{2\beta} - 1)r_{t-1}^2$   
con  $i = 1, 2$  y  $P$  y  $Q$  constantes.

regímenes. El primero de ellos es mucho menos persistente que el segundo (la probabilidad de mantenerse en el mismo estado del primero es de 0.65, mientras que la del segundo excede de 0.9). La desviación típica del primer régimen es más de 10 veces mayor que la del segundo régimen. Ambas derivas son negativas, recogiendo el comportamiento decreciente del tipo de interés aunque no es significativa en el primer régimen.

En el caso del modelo de Vasicek (segunda columna) las diferencias, en términos de la persistencia de cada régimen, son las mismas que en el modelo anterior. Del mismo modo el régimen uno se caracteriza por que el tipo presenta una desviación típica más de 10 veces mayor a la del régimen dos. En este sentido, el primer régimen viene caracterizado por altos tipo de interés (la media a largo plazo implícita es del 12.54 %) con una fuerte variabilidad.

La evidencia de reversión la media en el régimen 1 es pequeña, ya que aunque el parámetro correspondiente tiene el signo adecuado, no es significativo. Por el contrario, el segundo régimen presenta reversión a la media negativa, aunque el valor del parámetro correspondiente es prácticamente cero y claramente no significativo, indicando que en este régimen el tipo de interés se comporta como un paseo aleatorio. Estos resultados están en la línea de los encontrados por Gray (1996) o Ang y Bekaert (2002a, 2002b), entre otros.

En ambos modelos la persistencia en la volatilidad condicional está relacionada exclusivamente con la persistencia en la probabilidad de cada régimen. Si observamos los valores del estadístico de Ljung-Box sobre los residuos estandarizados al cuadrado, vemos que la heteroscedasticidad condicional detectada parece estar relacionada con la existencia de cambios de régimen. Dada la persistencia de ambos regímenes, la volatilidad es más persistente en los periodos de volatilidad baja que en los de volatilidad alta.

En el caso del modelo CIR, mostrado en la tercera columna, los resultados relacionados con la persistencia de ambos regímenes y la reversión a la media se mantienen, aunque podemos destacar que el tipo de interés medio a largo plazo es más bajo (del 7.82 % en el primer régimen y del 1.18 % en el segundo). La inclusión del efecto nivel en la volatilidad mantiene las diferencias observadas en los modelos de varianza constante. En este caso el parámetro  $\sigma$  pondera a la raíz cuadrada del nivel de los tipos. Ese parámetro es 8.73 veces mayor para el primer

régimen que para el segundo. Con este modelo se capta también la heterosdecasticidad condicional de la serie. En este caso, la persistencia en la volatilidad condicional es función de la persistencia de los tipos de interés y de la persistencia de cada régimen.

GRÁFICO 2  
Probabilidad *ex-ante* y probabilidad suavizada para el modelo Vasicek-CR con probabilidad de transición constante

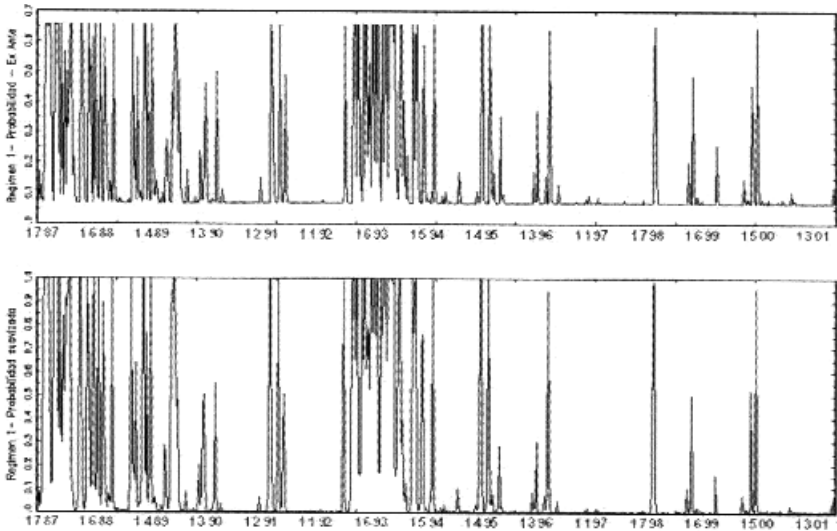
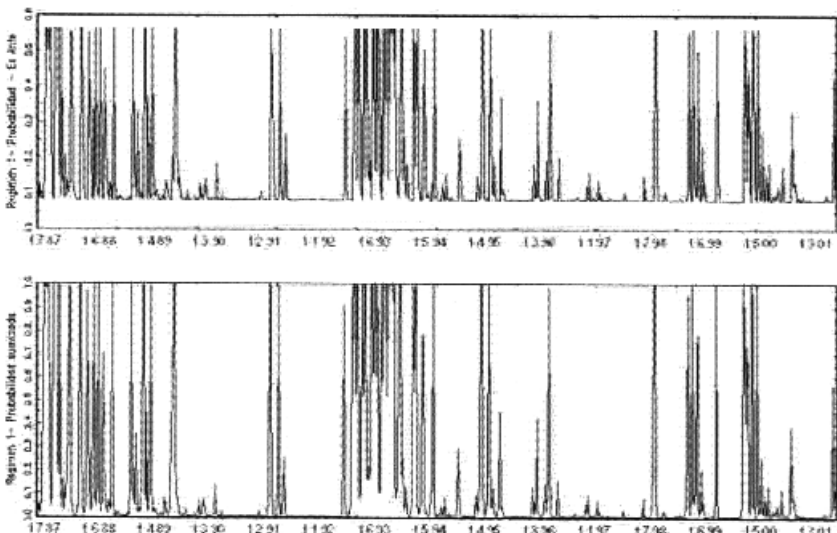


GRÁFICO 3  
Probabilidad *ex-ante* y probabilidad suavizada para el modelo CIR-CR con probabilidad de transición constante



En los Gráficos 2 y 3 se muestran las probabilidades de transición,  $p_{1t}$ , y las probabilidades suavizadas,  $ps_t$ , asociadas a los modelos de Vasicek y CIR. No mostramos las del modelo de Merton por ser prácticamente idénticas a las del modelo de Vasicek. Como puede observarse, ambos modelos coinciden en señalar que el periodo anterior al ingreso de España en el SME a mediados de 1989 se corresponde con el régimen 1. Lo mismo ocurre con el periodo comprendido entre 1992 y finales de 1993, fechas en las que tuvo lugar la crisis del SME. A partir de 1994, los modelos de varianza constante indican que el comportamiento del tipo de interés ha venido caracterizado principalmente por el régimen 2, en el que los tipos se han comportado como un paseo aleatorio con varianza pequeña. El modelo CIR parece indicar un número mayor de episodios de volatilidad grande sobre todo a partir de finales de 1998.

### 3.2. Probabilidad de transición estado-dependiente

En este apartado ampliamos la estimación de los modelos permitiendo que la probabilidad de transición sea estado-dependiente. Los resultados se muestran en el Cuadro 5. Las estimaciones de los parámetros de la media condicional son similares a los de la versión de los modelos con probabilidad de transición constante. Parece haber evidencia de un primer régimen caracterizado por tipos de interés altos y muy volátiles que presentan un cierto grado de reversión a la media. Simultáneamente, el segundo régimen vendría caracterizado por un tipo de interés que sigue un paseo aleatorio con un bajo nivel de volatilidad. Lo mismo se puede decir respecto al parámetro que recoge el efecto nivel en varianza en el caso del modelo CIR.

En cuanto a la probabilidad de transición, podemos destacar lo siguiente. Si observamos los parámetros  $c_i$  y  $d_i$ , presentan un signo cambiado dentro de cada régimen. En el régimen uno, caracterizado por volatilidad y tipos altos, con cierta reversión a la media, el hecho de que  $c_1$  sea negativo y  $d_1$  positivo hace que la probabilidad de permanecer en este régimen sea tanto mayor cuanto más altos sean los tipos de interés. Por el contrario, en el régimen dos, caracterizado por volatilidad baja y tipos de interés con estructura de paseo aleatorio, el signo cambiado de  $c_2$  (positivo) y de  $d_2$  (negativo) hace que sea poco probable permanecer en este régimen a medida que los tipos de interés son cada vez mayores.



CUADRO 5  
Modelos CR con probabilidad de transición estado-dependiente

Parámetros	Merton		Vasicek		CIR	
	Estimación	Desviación típica	Estimación	Desviación típica	Estimación	Desviación típica
$\alpha_1$	-0.0287	0.0937	0.4346	0.6287	0.0447	0.3320
$\alpha_2$	-0.0070	0.0040	-0.0102	0.0100	0.0014	0.0078
$\beta_1$	-	-	-0.0346	0.0428	-0.0054	0.0249
$\beta_2$	-	-	0.0004	0.0010	-0.0011	0.0010
$\sigma_1$	1.0182	0.0279	1.0114	0.0276	0.2854	0.0094
$\sigma_2$	0.0927	0.0025	0.0926	0.0025	0.0328	0.0009
$c_1$	-1.4723	0.6961	-1.4530	0.7110	-1.1800	0.5430
$d_1$	0.1289	0.0511	0.1275	0.0522	0.1094	0.0419
$c_2$	2.5008	0.3259	2.5167	0.3309	1.7554	0.2238
$d_2$	-0.1066	0.0273	-0.1079	0.0277	-0.0341	0.0204
Log de la función de verosimilitud	278.5324		279.3803		309.6140	
Contrastes	Valor	Valor p	Valor	Valor p	Valor	Valor p
<i>Bera - Jarque</i>	76983	(0.0000)	80412	(0.0000)	82066	(0.0000)
<i>Ljung - Box:</i>	1.0727	(0.3003)	1.2464	(0.2642)	0.2424	(0.6225)
Q(1)						
Q(2)	1.0825	(0.5820)	1.2469	(0.5361)	0.2476	(0.8836)
Q(3)	1.2042	(0.7520)	1.3163	(0.7253)	0.2476	(0.9696)
Q(5)	8.8439	(0.1155)	8.6631	(0.1233)	7.0752	(0.2151)
Q(10)	11.8422	(0.2958)	11.4032	(0.3279)	8.8427	(0.5471)
Q(15)	34.6181	(0.0028)	33.2073	(0.0044)	16.7483	(0.3341)

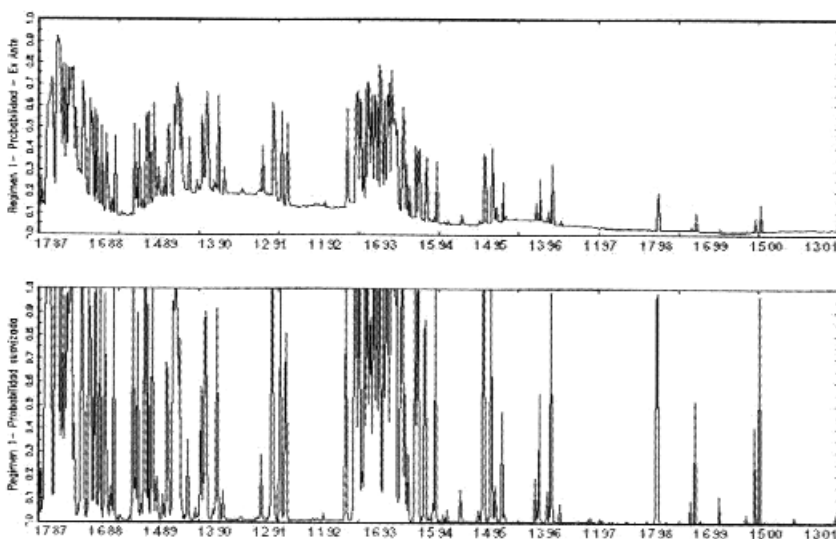
Nota. El modelo se estima suponiendo normalidad condicional del error. La desviación típica se estima como el producto de las derivadas primeras de la función de verosimilitud. El estadístico de *Bera - Jarque* se calcula sobre la serie de residuos estandarizados del modelo, el estadístico de *Ljung - Box* se calcula sobre los residuos estandarizados al cuadrado. La ecuación estimada en cada caso es:

Merton:  $\Delta r_t = \alpha_i + \varepsilon_t$  con  $\sigma_t^2 = \sigma_i^2$   
 Vasicek:  $\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta}(e^{\beta} - 1) + (e^{\beta} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$  con  $\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta}(e^{2\beta} - 1)$   
 CIR:  $\Delta r_t = \frac{\alpha}{\beta}(e^{\beta} - 1) + (e^{\beta} - 1)r_{t-1} + \varepsilon_t$  con  $\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2\beta}(e^{2\beta} - 1)r_{t-1}^2$

con  $i = 1, 2$  y con probabilidades de transición estado-dependientes según la expresión:  
 $P_i = \Phi(c_1 + d_1 r_{i-1})$   
 $Q_i = \Phi(c_2 + d_2 r_{i-1})$

Como puede apreciarse en los Gráficos 4 y 5, el perfil de la probabilidad *ex-ante* es similar al perfil del nivel del tipo de interés. Este hecho es consecuencia de la forma funcional de  $P_t$  y  $Q_t$  y muestra claramente como la probabilidad del régimen uno cae conforme baja el nivel del tipo. En cuanto a la probabilidad suavizada, podemos ver que el perfil es prácticamente el mismo que el observado en el caso de probabilidad de transición constante (Gráficos 2 y 3), manteniéndose las diferencias encontradas entre los modelos de volatilidad constante en cada régimen y el modelo de CIR.

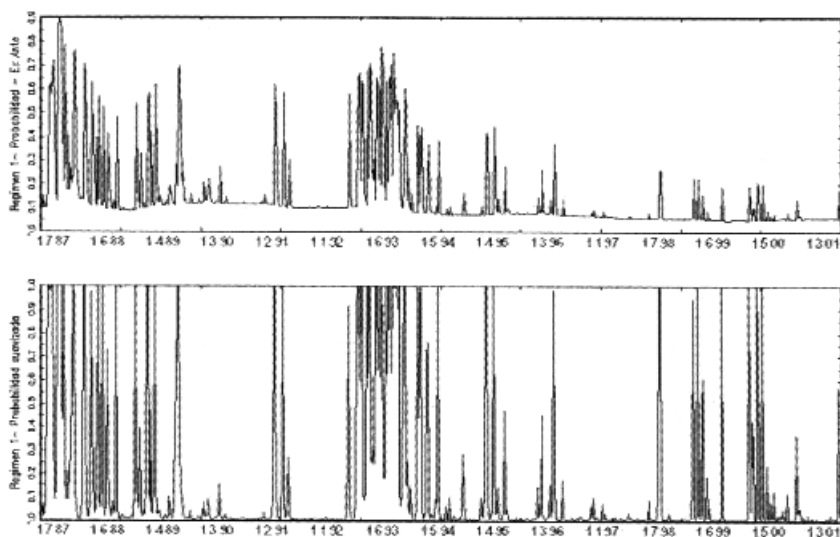
GRÁFICO 4  
Probabilidad *ex-ante* y probabilidad suavizada para el modelo Vasik-CR con probabilidad de transición estado-dependiente



### 3.3. Comparación de modelos

En esta sección comparamos los modelos en términos del contraste de razón de verosimilitudes. El estadístico de contraste es  $\lambda = -2(\ln V_R - \ln V_U)$  donde  $\ln V_R$  y  $\ln V_U$  indican el logaritmo de la función de verosimilitud del modelo restringido y del modelo sin restringir respectivamente. Este estadístico tiene una distribución  $\chi^2$  con tantos grados de libertad como parámetros adicionales tiene el modelo sin restringir respecto al restringido. Sólo lo aplicamos en aquellos casos en los que podamos considerar un modelo como una versión restringida de otro.

GRÁFICO 5  
 Probabilidad *ex-ante* y probabilidad suavizada para el modelo CIR-CR con probabilidad de transición estado-dependiente



CUADRO 6  
 Contraste de razón de verosimilitudes

	$\lambda$	Valor p
Merton PC vs Vasicek PC $q = 2$ ( $\beta_i = 0$ con $i = 1,2$ )	5.5514	(0.0623)
Merton PV vs Vasicek PV $q = 2$ ( $\beta_i = 0$ con $i = 1,2$ )	1.6958	(0.4283)
Merton PC vs Merton PV $q = 2$ ( $d_i = 0$ con $i = 1,2$ )	40.9716	(0.0000)
Vasicek PC vs Vasicek PV $q = 2$ ( $d_i = 0$ con $i = 1,2$ )	37.116	(0.0000)
CIR PC vs CIR PV $q = 2$ ( $d_i = 0$ con $i = 1,2$ )	13.8484	(0.0009)

*Nota.* PV y PC hacen referencia a que se trata del modelo con probabilidad de transición variable y constante respectivamente. Bajo el par de modelos que se contrastan (modelo restringido *versus* modelo sin restringir), se muestra el número de restricciones y los parámetros restringidos en cada caso.

Como podemos observar en el cuadro 6, la incorporación de la reversión a la media no parece significativa en ningún escenario (modelo Vasicek frente a Merton). La relevancia de la incorporación del efecto nivel en la volatilidad (modelo CIR frente al resto) no podemos contrastarla con este procedimiento, pues no podemos considerar al modelo Vasicek como una versión restringida del CIR<sup>9</sup>. La comparación entre ambos la realizaremos a partir de los resultados de la previsión que se exponen en el siguiente apartado. En cuanto a las probabilidades de transición, los resultados del contraste  $\lambda$  indican que, en todos los casos, éstas son estado-dependientes.

Para el análisis de la significación estadística del segundo régimen no podemos utilizar el contraste de razón de verosimilitudes antes descrito. En este caso, ese estadístico no sigue una distribución  $\chi^2$  bajo la nula<sup>10</sup>. No obstante, el enorme valor del estadístico  $\lambda$  (en torno a 1100) para la comparación del modelo CIR con cambio de régimen con el CIR de un solo régimen, parece señalar que verdaderamente existe un segundo régimen, aunque esto no se puede considerar un contraste formal.

#### 3.4. Comparación de la capacidad predictiva

Con objeto de determinar la relevancia de considerar un segundo régimen comparamos la capacidad predictiva de los modelos analizados. Para ello utilizamos la raíz del error cuadrático medio, *RECM*, y la media del valor absoluto del error de previsión, *MAE*. Dada una serie temporal,  $x_t$ , se definen estos estadísticos como:

<sup>9</sup>Ambos son modelos restringidos respecto a la expresión [1]. No obstante, existe un incremento importante en el valor de la función de verosimilitud entre ambos modelos (por ejemplo, 279.38 en Vasicek frente a 309.61 en CIR, en el caso de probabilidad de transición variable) que podría interpretarse como evidencia a favor del modelo CIR.

<sup>10</sup>Hansen (1992, 1996) desarrolla un contraste de razón de verosimilitudes estandarizado que supera esta dificultad. No obstante, este procedimiento requiere una serie de optimizaciones sobre una rejilla de valores de los parámetros ruidosos del modelo (aquellos que no están definidos bajo la hipótesis nula de un solo régimen). Su implementación en la práctica es muy difícil dada los requerimientos computacionales aun cuando el número de parámetro ruidosos no sea grande y con una rejilla de valores razonable.

$$\begin{aligned}
 RECM_i &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x_t - \hat{x}_t^i)^2} \\
 MAE_i &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |x_t - \hat{x}_t^i|
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

La variable  $\hat{x}_t^i$  hace referencia a la previsión realizada con el modelo  $i$ . Valoramos la capacidad de los modelos para prever la media condicional del cambio en el tipo de interés,  $\Delta r_t$ , y de su varianza,  $\sigma_t^2$ . Para esta última, se compara la varianza condicional estimada con el cuadrado de los residuos del modelo correspondiente.

Adicionalmente, utilizamos dos medidas del tipo  $R^2$ . Por un lado se calcula el coeficiente de determinación habitual de los modelos para valorar la previsión de la media condicional. En el caso de la varianza, se calcula el coeficiente de determinación de la regresión del cuadrado de los residuos sobre la varianza condicional, correspondientes a cada modelo analizado.

En el ejercicio de previsión se reestiman los modelos con las primeras 602 (datos hasta julio de 1998) y se deja las 150 restantes para calcular la previsión un periodo hacia adelante. Con objeto de comparar el ajuste dentro de la muestra de los modelos, también calculamos los estadísticos dentro de la muestra utilizada para la estimación.

Los resultados se muestran en el Cuadro 7. Si nos centramos en la previsión de la media, en general, la incorporación de un segundo régimen permite ganancias pequeñas tanto en el ajuste como en la previsión del tipo de interés. Los modelos con probabilidad de transición constante son peores que sus correspondientes con probabilidad estododependiente. Sin embargo, los modelos con cambio de régimen son claramente mejores que el modelo CIR de un solo régimen en el caso de varianza, tanto en ajuste como en previsión. En este caso, es el modelo CIR con cambio de régimen y probabilidad variable el que proporciona, en general, mejores resultados.

Adicionalmente, valoramos la capacidad de los modelos CR para identificar los dos regímenes. Para ello nos centramos en la probabilidad suavizada estimada con cada modelo,  $ps_t = \Pr[S_t = 1 | \Omega_T]$ .

CUADRO 7  
Ejercicio de dicción

	Media: $\Delta r_t$				Varianza: $\sigma_t^2$							
	Ajuste		Previsión		Ajuste		Previsión					
	$R^2(1)$	MAE	$R^2(1)$	MAE	$R^2(2)$	MAE	$R^2(2)$	MAE				
CIR	0.0005	0.4668	0.1836	-0.0081	0.0986	0.0638	0.0203	1.6355	0.3212	0.0015	0.0562	0.0535
<i>Modelos CR con probabilidad de transición constante</i>												
Merton	0.0000	0.4669	0.1836	-0.0239	0.0972	0.0628	0.0191	1.6265	0.3412	0.0001	0.1339	0.1122
Vasicek	0.0111	0.4643	0.1857	-0.1033	0.1009	0.0648	0.0178	1.5982	0.3381	0.0332	0.1501	0.1296
CIR	0.0073	0.4652	0.1837	-0.1223	0.1017	0.0667	0.0332	1.6010	0.3076	0.0075	0.0558	0.0505
<i>Modelos CR con probabilidad de transición estado-dependiente</i>												
Merton	0.0005	0.4668	0.1835	-0.0208	0.0970	0.0625	0.0290	1.6185	0.3357	0.0013	0.0348	0.0282
Vasicek	0.0196	0.4623	0.1829	-0.0565	0.0987	0.0663	0.0259	1.5916	0.3338	0.0004	0.0368	0.0300
CIR	0.0122	0.4640	0.1828	-0.0456	0.0982	0.0625	0.0387	1.5908	0.3073	0.0115	0.0290	0.0196

Nota. Se reestiman los modelos con las primeras 602. Ajuste hace referencia al cálculo de estos estadísticos dentro de la muestra de 602 observaciones, Previsión se refiere a su cálculo para las 150 últimas. Los parámetros estimados se utilizan para realizar la previsión un periodo hacia adelante tanto de la media condicional,  $\Delta r_t$ , como de su varianza condicional,  $\sigma_t^2$ . Las expresiones de las medidas utilizadas son:  $RECM_i = \sqrt{N-1 \sum_{i=1}^N (x_t - \hat{x}_t)^2}$ ,  $MAE_i = N^{-1} \sum_{i=1}^N |x_t - \hat{x}_t^i|$ . En el caso de  $\Delta r_t$ ,  $R^2(1)$  se calcula como  $R^2 = 1 - \frac{SRC_i}{STC}$  donde  $SRC_i$  hace referencia a la suma de cuadrados de los residuos del modelo  $i$ , y  $STC$  a la suma de cuadrados total. Para la varianza,  $R^2(2)$  se calcula el coeficiente de determinación de la regresión del los residuos al cuadrado del modelo  $i$  sobre la varianza condicional estimada con dicho modelo.

Si el modelo es capaz de identificar de manera perfecta ambos regímenes esta probabilidad debería ser cero o uno. Si no hay información suficiente para realizar dicha identificación, esta probabilidad será 0.5. A partir de esta idea, Ang y Bekaert (2002a) proponen la medida RCM (*Regime Classification Measure*), que, en el caso de dos regímenes toma la forma:

$$RCM = \frac{4}{T} \sum_{t=1}^T ps_t(1 - ps_t) \tag{13}$$

Este estadístico valdrá 0 si el modelo es capaz de identificar perfectamente los regímenes y 1 en caso contrario<sup>11</sup>. Los resultados, que se muestran en el Cuadro 8, indican que los modelos de cambio de régimen, en cualquiera de las formulaciones analizadas aquí, son capaces de identificar convenientemente los dos regímenes, dado que el valor del estadístico está alrededor de 0.13.

CUADRO 8  
Identificación de los regímenes (RCM)

<i>Modelos con probabilidad constante</i>	
Merton	0.1270
Vasicek	0.1266
CIR	0.1397
<i>Modelos con probabilidad variable</i>	
Merton	0.1340
Vasicek	0.1335
CIR	0.1408

*Nota.* La expresión del estadístico que se calcula es:  $RCM = \frac{4}{T} \sum_{t=1}^T ps_t(1 - ps_t)$ , con  $ps_t = Pr[S_t = 1 | \Omega_T]$ .

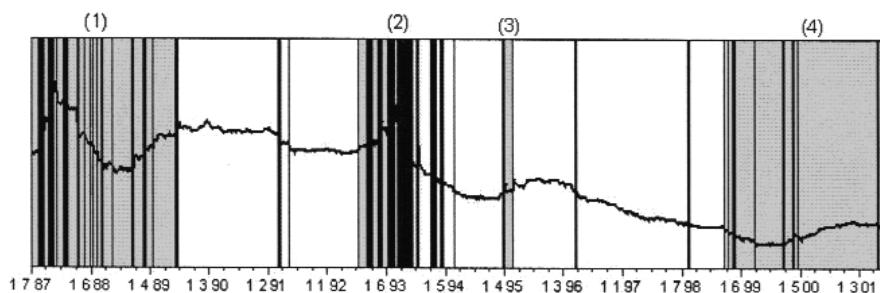
### 3.5. Clasificación de los regímenes

El análisis realizado hasta el momento parece indicar que el modelo que mejor capta el comportamiento observado del tipo de interés a un mes es el modelo CIR con cambio de régimen y probabilidad de transición estado-dependiente. Por ello, utilizaremos los resultados de dicho modelo para analizar los regímenes y su relación con los distintos eventos del entorno económico español en el intervalo muestral.

<sup>11</sup>Estos autores proponen normalizar multiplicando por 400, en vez de por 4, por lo que el estadístico originalmente propuesto por ellos oscila entre 0 y 100.

En el Gráfico 6 se muestra tanto el tipo de interés como los periodos en los que la probabilidad suavizada,  $ps_t = \Pr[S_t = 1 | \Omega_T]$  indica que se ha estado en cada régimen. Se han asignado al primer régimen todos los periodos en los que  $ps_t$  es mayor que 0.5. Del mismo modo, se resaltan cuatro periodos: (1) es el periodo antes del ingreso de España en el SME, (2) se corresponde a la crisis del SME entre septiembre de 1992 y agosto del 1993, (3) es el periodo de tensiones cambiarias de enero a marzo de 1995 y (4) el periodo que se corresponde con la política monetaria única.

GRÁFICO 6  
Clasificación de los regímenes con el modelo  
CIR-CR con probabilidad estado-dependiente



Como puede verse, en los periodos (1) y (2) se producen frecuentes cambios de régimen. Estos cambios han sido más abundantes en el segundo semestre de 1987. En el caso (2) encontramos que la mayoría de los periodos corresponden al régimen 1 de fuerte volatilidad. Podemos destacar que de enero a marzo y de abril a junio de 1993 los tipos han sido determinados de manera continua por ese régimen 1. En los periodos (3) y (4) los cambios han sido mucho menos frecuentes. Es también destacable la presencia de cambios relativamente frecuentes a finales de 1998 y durante 1999 que parecen estar relacionados con la incertidumbre generada por la puesta en marcha de la moneda única.

#### 4. Conclusiones

En este trabajo analizamos el comportamiento dinámico del tipo de interés a un mes del mercado interbancario español entre 1987 y 2001. El modelo analizado es el proceso de difusión del tipo raíz cuadrada propuesto por Cox, Ingersoll y Ross (1985) en el que se permite que el tipo de interés presente deriva, reversión a la media y efecto nivel en varianzas diferentes en cada régimen. Adicionalmente se considera



la posibilidad de que la probabilidad de transición dependa del nivel de los tipos de interés.

Nuestros resultados indican que han existido dos regímenes claramente diferenciados en ese periodo que podemos relacionar con los cambios a los que se ha visto sometida la economía española relacionados con el proceso de integración europea. Los cambios de régimen en el tipo de interés a corto plazo están gobernados por un proceso de Markov de primer orden con probabilidad de transición estado-dependiente. Encontramos periodos en los que el tipo de interés es extremadamente alto y volátil. Estos periodos parecen estar asociados con episodios caracterizados por presiones en los mercados cambiarios que han obligado al BE a intervenir para estabilizar la paridad de la peseta o con periodos de incertidumbre relacionada con la credibilidad de la política monetaria o la puesta en marcha del euro. Este tipo de comportamiento es el menos probable. El segundo régimen, caracterizado por tipos de interés bajos poco volátiles que se comportan claramente como un paseo aleatorio, presenta una mayor persistencia.

Encontramos que la heteroscedasticidad condicional de los tipos de interés parece estar determinada por la presencia de cambios de régimen, junto con un efecto nivel en volatilidad distinto en cada régimen. El tipo de interés no parece presentar reversión a la media, aunque hay cierta evidencia de este comportamiento en el primer régimen.

Para terminar, los resultados aquí presentados pueden tener implicaciones importantes tanto sobre la valoración de activos de renta fija, derivados etc., como sobre el tipo de mecanismo de transmisión de la política monetaria a los tipos de interés a plazos más largos. El análisis de estas cuestiones constituye una clara extensión de este trabajo.

## Referencias

- Ang, A. y G. Bekaert (2002a): "Regime switches in interest rates", *Journal of Busi. and Econ. Stats.* 20, pp. 163-182.
- Ang, A. y G. Bekaert (2002b): "Short rate nonlinearities and regime switches", *Journal of Econ. Dyn. and Control* 26, pp. 1243-1274.
- Bekaert, G., R. J. Hodrick y D. A. Marshall (2001): "Peso problem explanations for term structure anomalies", *Journal of Monetary Economics* 48, pp. 241-270.
- Benito, S. (2000): "Volatilidad de los rendimientos tipo cupón cero de la deuda pública, estudios de la transmisión de volatilidades", mimeo, ICAE-UCM.
- Cai, J. (1994): "A markov model of unconditional variance in ARCH", *Journal of Busi. and Econ. Stats.* 12, pp. 309-316.
- Chang, K. C, G. A. Karoly, F. A. Longstaff y A. B. Sanders (1992): "An empirical comparison of alternative models of the short-term interest rate", *Journal of Finance* 47, pp. 1209-1227.
- Cox, R., J. Ingersoll y S. Ross (1985): "A theory of the term structure of interest rates", *Econometrica* 53, pp. 385-407.
- Dahlquist, M. (1996): "On alternative interest rate process", *Journal of Banking and Finance* 20, pp. 1093-1119.
- Dahlquist, M. y S. F. Gray (2000): "Regime-switching and interest rates in the european monetary system", *Journal of International Economics* 50, pp. 399-419.
- Episcopos, A. (2000): "Further evidence on alternative continuous time models of the short term interest rate", *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* 10, pp. 199-212.
- Evans, D. M. y K. K. Lewis (1995): "Do expected shifts in inflation affect estimates of the long-run fisher relation?", *Journal of Finance* 50, pp. 225-253.
- Fernández-Serrano, J. L. y M. D. Robles (2001): "Structural breaks and interest rates forecast: A sequential approach", Documento de Trabajo 0110, ICAE-UCM.
- García, R. y P. Perron (1996): "An analysis of the real interest rates under regime shifts", *The Review of Economics and Statistics* 78, pp. 111-125.
- García Montalvo, J. (1998): "Tipos de interés a corto plazo en España", *Re-vista de Economía Aplicada* 6, pp. 5-26.
- Gill, P. E., W. Murray y M. H. Wright (1981), *Practical optimisation*, Academic Press, Kent.
- Gray, S. F. (1995): "An analysis of conditional regime switching models", Working paper, Fuqua School of Business, Duke University.
- Gray, S. F. (1996): "Modelling the conditional distribution of interest rate as a regime switching process", *Journal of Financial Economics* 42, pp. 27-62.

- Hamilton, J. D. (1988): "Rational expectation econometric analysis and changes in regime: An investigation of the term structure of interest rates", *Journal of Econ. Dyn. and Control* 12, pp. 385-423.
- Hamilton, J. D. (1989): "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle", *Econometrica* 57, pp. 357-384.
- Hamilton, J. D. y R. Susmel (1994): "Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime", *Journal of Econometrics* 64, pp. 307-333.
- Hansen, B. E. (1992): "The likelihood ratio test under nonstandard conditions: Testing the markov switching model of GNP", *Journal of Applied Econometric* 7, pp. S61-S82.
- Hansen, B. E. (1996): "Erratum: The likelihood ratio test under nonstandard conditions: testing the markov switching model of GNP", *Journal of Applied Econometric* 11, pp. 195-198.
- Lewis, K. K. (1991): "Was there a "peso problem" in the us structure interest rates: 1979- 1982?", *International Economic Review* 32, pp. 159-173.
- Merton, R. (1973): "Theory of rational option pricing", *Bell Journal of Economic Management Science* 4, pp. 141-183.
- Nowman, K. B. (1997): "Gaussian estimation of single-factor continuous time models of the term structure of interest rates", *Journal of Finance* 52, pp. 1695-1706.
- Nowman, K. B. (1998): "Continuous-time short term interest rate models", *Applied Financial Economics* 8, pp. 401-407.
- Rico, P. (2000): "Procesos estocásticos del tipo de interés a corto plazo", *Revista de Economía Aplicada* 8, pp. 57-70.
- Sola, M. y J. Driffill (1994): "Testing the term structure of interest rates using a vector autoregression with regime switching", *Journal of Economic Dynamic and Control* 18, pp. 601-628.
- Vasicek, O. (1977): "An equilibrium characterization of the term structure", *Journal of Financial Economics* 5, pp. 177-188.

**Abstract**

*We analyse the dynamic behaviour of the 1-month interest rate of the Spanish interbank money market between 1987 and 2001. The rate is modelled as a squared-root diffusion process that allows the rate to change depending on the state of the economy. The switch between regimes is governed by a first-order Markov process with state-dependent transition probabilities. We find two clearly differentiated regimes: periods of extremely high and volatile interest rates, and periods characterized by less volatile and low interest rates that behave as a random walk.*

*Keywords: Markov process, short term interest rate, diffusion process.*

*Recepción del original, julio de 2002  
Versión final, noviembre de 2003*