INVESTIGACIONES ECONÓMICAS. vol. XXIV (3), 2000, 727-737

DESAGREGACIÓN CONJUNTA DE SERIES ANUALES: PERTURBACIONES AR(1) MULTIVARIANTE

JOSÉ MANUEL PAVÍA MIRALLES
Universidad de Valencia

En ocasiones los investigadores deben enfrentarse con el problema de obtener series de alta frecuencia (p.ej., trimestrales) cuando sólo están disponibles los valores de baja frecuencia (p.ej., anuales) y alguna agregación contemporánea. Cuando el problema se reduce a desagregar una serie, una de las estrategias consiste en basar las estimaciones en un conjunto de indicadores, suponiendo perturbaciones AR(1) para evitar la aparición de saltos espurios en la serie estimada. En este trabajo, se extiende tal hipótesis al caso de la desagregación conjunta de series, se obtiene la expresión analítica de la matriz de varianzas-covarianzas con dicha estructura para las perturbaciones y se ofrece un algoritmo para su implementación.

Palabras clave: Series temporales, degradación temporal, contabilidad trimestral

(*JEL* C32, C13, C43)

1. Introducción

El desarrollo económico demanda informaciones cada vez más constantes y periódicas. Esto obliga a las agencias estadísticas a incrementar la frecuencia de difusión de las variables económicas más relevantes, hecho que provoca que, muchas de las cifras que en la actualidad se ofrecen, hayan de ser previamente tratadas a fin de hacerlas congruentes con las ya publicadas.

Uno de los ejemplos más destacados se encontraría en las contabilidades nacionales trimestrales, donde las series deben ser congruentes con las cifras anuales y verificar algún tipo de restricción transversal

Deseo agradecer a María Amparo Ripoll su inestimable ayuda y a dos evaluadores anónimos los valiosos comentarios realizados y el material proporcionado que han supuesto una mejora sustancial del manuscrito inicial. Por supuesto, los posibles errores son responsabilidad única del autor.

de tipo contable (por ejemplo, (i) la suma de las series trimestrales de los subsectores industriales ha de coincidir con la serie trimestral del sector industrial, o (ii) la agregación de las componentes trimestrales de oferta ha de ser igual a la suma de las de demanda).

Los métodos empleados a nivel internacional (ver OECD, 1996), para el cálculo de las cifras de contabilidad trimestral, son muy diversos. En algunos países la disponibilidad de información ha propiciado que puedan ser utilizados procedimientos de estimación directos, aplicando a nivel trimestral los métodos de contabilidad anual. En otros países, por el contrario, se ha debido recurrir a métodos indirectos, que basan las estimaciones en procedimientos estadísticos.

Dentro del conjunto de estrategias y mecanismos indirectos propuestos para abordar el problema de la desagregación temporal de variables económicas es posible distinguir dos grandes grupos. Un primer grupo englobaría a todos aquellos métodos que estiman las series de alta frecuencia (trimestrales o mensuales) basándose únicamente en los valores de baja frecuencia (anuales o trimestrales) disponibles de las mismas. Y, una segunda categoría de procedimientos agruparía a todos aquellos métodos que basan la estimación de los valores no disponibles en variables relacionadas o indicadores.

En el primer grupo se situarían las sugerencias de Lisman y Sandée (1964), Boot, Feibes y Lisman (1967), Cohen, Müller y Padberg (1970), Greco (1979), Harvey y Pierse (1984), Stram y Wei (1986), Al-Osh (1989), y Gómez y Maravall (1994). Por otra parte, en el segundo grupo destacan las propuestas de Bassie (1958), Vangrevelinghe (1966), Denton (1971), Ginsburg (1973), Nijman y Palm (1986), Trabelsi y Hillmer (1990), y Guerrero y Martínez (1995), además de la realizada por Chow y Lin (1971) y todas sus extensiones: Fernández (1981), Rossi (1982), Litterman (1983), DiFonzo (1990, 1994), y Cabrer y Pavía (1998).

Las propuestas anteriores, en su mayoría, pueden ser fácilmente utilizadas al estar implementadas en el programa ECOTRIM, desarrollado por Barcellan (1994) bajo el auspicio de EUROSTAT. El actual trabajo iría a llenar un hueco existente al proponer el uso de las técnicas multivariantes propuestas por DiFonzo e implementadas en ECOTRIM para una estructura de las perturbaciones no contemplada en el programa y que, sin embargo, sería la extensión natural al caso multivariante del mecanismo empleado, entre otros, en España, INE (1993), e Italia, ISTAT (1985). Estos organismos utilizan el método univariante de Chow y Lin (C&L) con hipótesis para las perturbaciones AR(1), al ser la más parsimoniosa de entre las que resuelven el problema de la aparición de saltos espurios en las estimaciones de alta frecuencia.

DiFonzo (1990) obtuvo, mediante la generalización multivariante del procedimiento univariante de C&L, el estimador lineal insesgado óptimo (ELIO) de los valores de alta frecuencia de un grupo de series cuando, además de las cifras de baja frecuencia, se conoce el agregado contemporáneo de las mismas y un conjunto de indicadores.

Aunque el estimador propuesto por DiFonzo generaliza el estimador de C&L, no resuelve el problema de su utilización práctica salvo que se admita una estructura ruido blanco para los errores (DiFonzo, 1990) o una estructura paseo aleatorio (DiFonzo, 1994). La primera de las hipótesis, como se mostrará más adelante, es inadecuada; mientras la segunda, además de reducir la flexibilidad del procedimiento, no supone una extensión natural de las hipótesis para las perturbaciones de C&L. La estructura que se propone, por contra, contiene a las hipótesis de DiFonzo como casos particulares.

A fin de simplificar el desarrollo posterior, el trabajo se ha centrado en variables flujo observadas anualmente y que es preciso distribuir trimestralmente verificando algún tipo de restricción contemporánea. Con mínimos cambios podría adaptarse a cualquier par de frecuencias (por ejemplo, trimestral-mensual) y a variables stock a interpolar.

Más concretamente, la estructura del trabajo es como sigue. En el apartado segundo se plantea el problema y se presenta la solución general derivada por DiFonzo. En la sección tercera se propone la estructura conjunta para las perturbaciones que generaliza la hipótesis univariante de C&L. El apartado cuarto muestra un algoritmo para emplear empíricamente la estructura para las perturbaciones propuesta en el apartado tercero. Finalmente, en el apartado quinto se exponen unas breves conclusiones.

2. Planteamiento del problema

Sea M el número total de series a estimar. Se admite que el número de períodos anuales con información temporal agregada es n, con $T \geq 4n$ el número de trimestres que componen la muestra y $f = T - 4n$ el número de trimestres, de extrapolación, donde no se dispone de restricción anual. Se representa por z_j para $j = 1, 2, ..., M$ a cada uno de los vectores $T \times 1$ de valores de las series trimestrales inobservadas que se desean estimar, y mediante y_j para $j = 1, 2, \ldots, M$ a cada uno de los vectores $n \times 1$ de valores anuales conocidos asociados a z_j, de modo que se verifica que $Bz_j = y_j$, con B la matriz $n \times T$ –denominada matriz anualizadora al convertir valores trimestrales en anuales– dada por $B = [I_n \otimes i'_4 \mid O_{n \times f}]$ donde I_n representa la matriz identidad de orden n, $O_{n\times f}$ una matriz $n \times f$ de ceros, $\otimes$ el símbolo del producto de Kronecker e i'_4 un vector fila 1×4 de unos.

Asimismo, se denota mediante w al vector $T \times 1$ de agregaciones contemporáneas o transversales conocidas de los z_j, que en ejemplo (i) supondría: $z_1 + z_2 + \ldots + z_M = w$, con w representando la serie trimestral industrial; mientras que en el ejemplo (ii), suponiendo que las K primeras series son de oferta y las $M - K$ restantes de demanda, resumiría la igualdad de oferta-demanda: $z_1 + z_2 + \ldots + z_K - z_{K+1} - z_{K+2} - \ldots - z_M = 0_T$, con $w = 0_T$ un vector $T \times 1$ de ceros.

Se supone, además, que cada una de las series trimestrales inobservadas mantiene una relación lineal con un conjunto de p_j indicadores, es decir:

$$z_j = X_j \beta_j + u_j, \text{ para } j = 1, 2, \ldots., M \qquad [1]$$

donde las X_j son matrices $T \times p_j$ de indicadores, los β_j son vectores $p_j \times 1$ de coeficientes desconocidos y los u_j vectores de perturbaciones que se distribuyen normal multivariante de media cero y con matrices de varianzas-covarianzas: $E(u_i u'_j) = V_{ij}$.

El objetivo es, por tanto, estimar los vectores z_j utilizando la información de [1] y de modo que se cumplan las restricciones de valores anuales conocidos, y_j, y transversal, w.

El caso univariante ($M = 1$), donde no se dispone de la restricción de transversal, fue tratado por Chow y Lin (1971), quienes obtuvieron que el ELIO, congruente con la serie agregada, viene dado por las ecuaciones [2] y [3].

$$\begin{aligned} \hat{z}_j &= X_j \hat{\beta}_j + V_{jj} B' (B V_{jj} B')^{-1} (y_j - B X_j \hat{\beta}_j) && [2] \\ \hat{\beta}_j &= (X'_j B' (B V_{jj} B')^{-1} B X_j)^{-1} X'_j B' (B V_{jj} B')^{-1} y_j && [3] \end{aligned}$$

Del análisis las ecuaciones [2] y [3] se deduce que la estimación de la serie inobservada consta de dos componentes. Un primer sumando resultado de aplicar sobre los indicadores trimestrales el estimador por Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG) del modelo anual asociado, al que se agrega un segundo sumando que reparte –mediante la matriz $V_{jj}B'(BV_{jj}B')^{-1}$– las discrepancias entre el valor anual conocido (y_j) y el anualizado del primer sumando ($BX_j\hat{\beta}_j$)–. En cualquier caso, se concluye que la solución depende de V_{jj} –la matriz de varianzas-covarianzas de las perturbaciones–.

Si se admitiese una estructura ruido blanco para el término de error la ecuación [2] se concretaría en: $\hat{z}_j = X_j\hat{\beta}_j + \frac{1}{4}(y_j - BX_j\hat{\beta}_j)$, es decir, se repartirían las discrepancias anuales a partes iguales entre los cuatro trimestres, lo que debido a la posible heterogeneidad de las discrepancias anuales puede provocar saltos espurios en las estimaciones. Para mitigar tal eventualidad, C&L sugieren admitir, como hipótesis más sencilla posible, una estructura AR(1) para las perturbaciones. Hipótesis con la cual actualmente trabaja el INE.

Volviendo al problema general, éste puede ser planteado de un modo compacto. Para ello, se nota por $z = [z'_1, z'_2, ..., z'_M]'$ al vector $TM \times 1$ de valores trimestrales desconocidos, por $\beta = [\beta'_1, \beta'_2, ..., \beta'_M]'$ al vector $p \times 1$ de coeficientes –con $p = \sum_{j=1}^{M} p_j$–, por $u = [u'_1, u'_2, ..., u'_M]'$ al vector $TM \times 1$ de perturbaciones aleatorias de media cero y matriz de varianzas-covarianzas $V = E(uu')$, cuyo bloque (i,j) viene dado por V_{ij}, y por $X = diag[X_1, X_2, ..., X_M]$ a la matriz $TM \times p$ bloque diagonal de indicadores. De modo que con esta notación se tiene que las relaciones de [1] se pueden expresar de modo compacto mediante: $z = X\beta + u$.

Y, denotando por $y = [y'_1, y'_2, ..., y'_M]'$ al vector $nM \times 1$ de valores anuales conocidos, por C a la matriz de orden $nM \times TM$ dada por $C = I_M \otimes B$ y por D a la matriz de orden $T \times TM$ de agregaciones transversales, que en el ejemplo (i) vendría dada por $D = i'_m \otimes I_T$ y en el (ii) mediante $D = (i'_K, -i'_{M-K}) \otimes I_T$, se tiene que las agregaciones temporales se pueden expresar de forma compacta mediante: $Cz = y$; y la agregación transversal como: $Dz = w$. Lo que permite sintetizar el conjunto completo de restricciones mediante una sola expresión: $Hz = z_0$, con $H = [C'D']'$ matriz $(nM + T) \times TM$ singular y z_0, el vector $(nM + T) \times 1$ de valores conocidos de z, dado por $z_0 = [y', w']'$.

Por lo que siguiendo a DiFonzo (1990, pp. 179-180) se obtiene que el ELIO de z, respetando las restricciones z_0, viene dado por las ecuaciones:

$$\hat{z} = X\hat{\beta} + VH'V_0^{+}(z_0 - HX\hat{\beta}), \quad [4]$$

$$\hat{\beta} = (X_0'V_0^{+}X_0)^{-1}X_0'V_0^{+}z_0, \quad [5]$$

con $X_0 = HX$ y $u_0 = Hu$ un vector aleatorio de media cero y de matriz de varianzas-covarianzas $V_0 = HVH'$, siendo V_0^+ la inversa generalizada de Moore-Penrose de V_0.

Comparando las ecuaciones [2] y [4] se observa que el estimador multivariante es una generalización del estimador univariante: la estimación inicial es corregida para que se cumplan las restricciones recogidas en z_0. Del mismo modo la estimación obtenida depende de la estructura que se admita para el término de error.

3. La estructura para las perturbaciones

Como se deduce de la sección anterior la estimación lograda depende de la hipótesis que se admita para los términos de error. Si se supusiesen estructuras ruido blanco –hipótesis considerada por DiFonzo (1990)– podrían surgir, como se puso de manifiesto en el apartado segundo, discontinuidades espurias en las series estimadas. Por otro lado, la consideración de una hipótesis paseo aleatorio para cada uno de los términos de error, propuesta por DiFonzo (1994), si bien permite suavizar la aparición de saltos entre el cuarto trimestre de un año y el primero del año siguiente, no supone una generalización de la hipótesis de C&L, con las que trabaja el INE y el ISTAT. Esto dificultaría la adopción de esta estrategia multivariante por parte de tales organismos al no permitir la comparación intertemporal de resultados.

Para superar esta dificultad en el presente trabajo se sugiere ampliar la hipótesis asumida por el INE y extenderla al caso multivariante. La hipótesis que se propone consta de los siguientes supuestos: a) Se supone que cada una de las series de perturbaciones u_j sigue un proceso autorregresivo de orden 1, AR(1), o un paseo aleatorio, I(1); y, b) Se admite que los *shocks* que entran en el modelo en cada instante temporal son homocedásticos y están sólo correlados para el mismo instante temporal, o sea, son serialmente incorrelados y con matriz de varianzas-covarianzas contemporánea constante.

La hipótesis a) trata de mitigar las posibilidades de saltos espurios en las estimaciones, mientras la suposición b) intenta recoger las correlaciones existentes entre las series a estimar. De este modo, se resuelven los problemas ligados a la estructura ruido blanco para las perturbaciones de una forma sencilla, a la vez se recogen las correlaciones entre las series trimestrales. Con estas hipótesis, se tiene que las estructuras para las perturbaciones propuestas por DiFonzo (1990,1994) pueden ser contempladas como casos particulares de la actual estructura.

Expresando analíticamente las hipótesis anteriores: $u_{j,t} = \phi_j u_{j,t-1} + a_{j,t}$ para $j = 1, 2, ..., M$, con $|\phi_j| \leq 1$, donde los $a_{j,t}$ son *shocks* aleatorios de media cero y $E(a_{i,t}a_{j,\tau}) = \delta_{t\tau}\sigma_{ij}$, siendo δ la delta de Kronecker. Adicionalmente, para adoptar un esquema matricial se puede suponer que las perturbaciones premuestrales son nulas, es decir, $u_{j,0} = 0\,\forall j$, con lo que se tiene que $a_j = \Phi_j u_j$(con $a_j = [a_{j,1}, a_{j,2}, ..., a_{j\,T}]'$ y Φ_j la matriz $T \times T$ dada por [6]), y de aquí $u_j = \Phi_j^{-1} a_j$, por lo que el bloque (i, j) de V viene dado por: $E(u_i u_j') = \sigma_{ij}(\Phi_j'\Phi_i)^{-1}$.

$$\Phi_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ -\Phi_j & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & -\Phi_j & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & -\Phi_j & 1 \end{bmatrix} \qquad [6]$$

Nótese, sin embargo, que con las hipótesis anteriores la matriz de varianzas-covarianzas, V, de las perturbaciones depende de $\frac{M^2+3M}{2}$ parámetros desconocidos. De manera que para poder estimar de modo conjunto las M series es preciso disponer de estimaciones de estos parámetros. Este problema se aborda en la siguiente sección.

4. Estimación de la matriz de varianzas-covarianzas de las perturbaciones

En el apartado anterior se ha puesto de manifiesto que con la estructura presentada para las perturbaciones, la matriz de varianzas-covarianzas de las mismas es función de $\frac{M^2+3M}{2}$ parámetros, parámetros que es preciso estimar para poder emplear empíricamente el estimador propuesto. Para ello se propone un algoritmo de estimación bietápico. En la primera etapa se estima, empleando el algoritmo sugerido por Cavero *et al.* (1994), cada una de las series de forma individual, obteniéndose aproximaciones de las perturbaciones trimestrales. En la segunda etapa se estiman conjuntamente las M series, utilizando las estimaciones de las perturbaciones, obtenidas en la primera etapa, para calcular una aproximación a V. El algoritmo constaría de los siguientes pasos:

(i) Se considera el modelo trimestral inobservado $z_j = X_j\beta_j + u_j$ para $j = 1, 2, ..., M$, suponiendo términos de error AR(1) y se procede del siguiente modo:

(ia) Se agrega temporalmente el modelo trimestral inobservado y se obtiene la relación anual en valores observados: $y_j = BX_j\beta_j + Bu_j$.

(ib) Se regresa por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) la relación anterior y se obtiene una estimación del vector de coeficientes β_j y de los errores anuales.

(ic) Se estima el coeficiente autorregresivo de orden uno, $\phi_{j,a}$, de la serie de perturbaciones anuales.

(id) Mediante la relación [7] (por ejemplo, DiFonzo y Filosa, 1987) que expresa el coeficiente autorregresivo anual, $\phi_{j,a}$, en función del trimestral, ϕ_j, se obtiene una primera aproximación del coeficiente autorregresivo trimestral[1].

$$\phi_{j,a} = \frac{\phi_j(\phi_j + 1)(\phi_j^2 + 1)^2}{2(\phi_j^2 + \phi_j + 2)} \qquad [7]$$

(ie) Con el valor estimado ϕ_j de (id), se construye V_{jj} y $BV_{jj}B'$ y utilizando las expresiones [2] y [3] se obtiene una primera estimación de z_j.

(if) Se regresa mediante MCO el modelo trimestral y se obtienen aproximaciones de los errores trimestrales.

(ig) Utilizando la serie de perturbaciones trimestrales de (if) se obtiene una nueva estimación del coeficiente autorregresivo trimestral, con la que se vuelve a (ie). Este proceso iterativo es repetido para cada una de las series hasta alcanzar la convergencia.

(ii) Tras aplicar (i), se contrasta la hipótesis de paseo aleatorio para cada serie de perturbaciones estimadas, $\widehat{u}_j$. Y se toma como unitarios los valores ϕ_j para aquellas series en que se acepte tal hipótesis.

(iii) Tras ésto, se estiman los *shocks* del modelo: $\widehat{a}_{j,t} = \widehat{u}_{j,t} - \hat{\phi}_j\widehat{u}_{j,t-1}$; y de aquí se estiman los coeficientes σ_{ij}, mediante: $\hat{\sigma}_{ij} = \sum_{t=1}^{T} \widehat{a}_{i,t}\widehat{a}_{j,t}$.

(iv) Para concluir, con las estimaciones finales de los ϕ_j y los σ_{ij} se construye V, y se aplican las ecuaciones [4] y [5] para estimar z verificando todas las restricciones.

[1] Obsérvese que esta relación solamente genera solución única cuando $\phi_{j,a} \geq 0$ Si tal condición no se verificase se puede emplear, en lugar de (ie), la propuesta de Cavero *et al* (1994. pp 335-6) para obtener una estimación inicial de la serie trimestral

5. Conclusiones

Muchos organismos, entre ellos el INE, realizan desagregaciones trimestrales de series anuales mediante el procedimiento univariante de C&L que sólo asegura la congruencia temporal, lo que provoca que deban ser empleados algoritmos *ad-hoc* para garantizar las restricciones transversales La propuesta aquí presentada extiende la hipótesis para las perturbaciones de C&L al problema de la desagregación conjunta de series, con lo que se proporciona a estos organismos la posibilidad de adoptar una estrategia de estimación multivariante óptima sin suponer una ruptura conceptual con la estrategia seguida hasta la fecha.

Aunque la exposición se centra en trimestralizar series anuales, la solución presentada puede ser fácilmente adaptada a cualquier otro par de frecuencias. Asimismo, además de los ejemplos de restricción transversal tratados, con esta metodología se pueden manejar situaciones más complejas definiendo la matriz D adecuadamente. Por ejemplo, estimar conjuntamente las contabilidades trimestrales regionales, donde se deben cumplir simultáneamente restricciones de agregación e igualdad.

Finalmente, señalar que dado que el inconveniente más destacado del método propuesto radica en la necesidad de invertir matrices de orden elevado, una posible vía de trabajo futuro consistiría en expresar el problema en el espacio de los estados y utilizar las sugerencias de Harvey y Pierse (1984) y Gómez y Maravall (1994) para tratar de superar esta dificultad, poder evaluar la verosimilitud del proceso y flexibilizar la hipótesis para las perturbaciones.

Referencias

Al-Osh, M. (1989): "A dynamic linear model approach for disaggregating time series data", *Journal of Forecasting* 8, pp. 85-96.

Barcellan, R (1994): "ECOTRIM, a program for temporal disaggregation of time series", papel presentado al Workshop on Quarterly National Accounts, París, 5-6 diciembre, 1994, pp. 1-20.

Bassie V.L. (1958), *Economic Forecasting*, Ed. Mc Graw-Hill, New York. pp. 653-61.

Boot, J.C.G., W. Feibes y J.H. Lisman (1967): "Further methods of derivation of quarterly figures from annual data", *Applied Statistics* 16, pp. 65-75.

Cabrer, B. y J M. Pavía (1998): "Estimation of J (>1) quarterly time series when annual data and quarterly aggregate series are known", comunicación presentada a la *45th International Atlantic Economic Conference*, Roma, 14-21 marzo, pp. 1-8

Cavero, J., H. Fernández-Abascal, F. Gómez, C. Lorenzo, B. Rodríguez, J.L. Rojo y J.A. Sanz (1994): "Hacia un modelo trimestral de predicción de la economía Castellano-leonesa. El modelo hispalink CyL", *Cuadernos Aragoneses de Economía* 4, pp. 317-43.

Chow, G.C. y A. Lin (1971): "Best linear unbiased interpolation, distribution, and extrapolation of time series by related series", *The Review of Economics and Statistics* 53, pp. 372-75.

Cohen, K.J., M. Müller y M.W. Padberg (1970): "Autoregressive aproaches to disaggregation of time series data", *Applied Statistics* 20, pp. 119-29.

Denton, F.T. (1971): "Adjustment of monthly or quarterly series to annuals totals: An approach based on quadratic minimization", *Journal of the American Statistical Association* 66, pp. 99-102.

DiFonzo, T. (1990): "The estimation of M disaggregate time series when contemporaneus and temporal aggregates are known", *The Review of Economics and Statistics* 72, pp. 178-82.

DiFonzo, T. (1994): "Temporal disaggregation of a system of time series when the aggregate is known: Optimal vs. Adjustment methods", papel presentado al Workshop on Quarterly National Accounts, París, 5-6 diciembre, 1994, pp. 1-22.

DiFonzo, T. y R. Filosa (1987): "Methods of estimation of quarterly national account series: A comparison", comunicación presentada a la Journee franco-italianne de comptabilite nationale (Journee de Stadistique), Lausanne, 18-20 mayo, pp. 1-69.

Fernández, R.B. (1981): "A methodological note on the estimation of time series", *The Review of Economics and Statistics* 53, pp. 471-78.

Gómez, V. y A. Maravall (1994): "Estimation, prediction and interpolation for nonstationary series with the Kalman filter", *Journal of the American Statistical Association* 89, pp. 611-24.

Greco, C. (1979): "Alcune considerazioni sui criteri di calcolo di valori trimestrali di tendenza di serie storiche annuali", *Annali della Facoltà di Economia e Commercio* 4, Università di Palermo, pp. 135-55.

Ginsburg, V.A. (1973): "A further note on the derivation of quarterly figures consistent with annual data", *Applied Statistics* 22 (3), pp. 368-74.

Guerrero, V.M. y J. Martínez (1995): "A recursive ARIMA-Based procedure for disaggregating a time series variable using concurrent data", *Test* 4, pp. 359-76.

Harvey, A C. y R.G. Pierse (1984): "Estimating missing observations in economic time series", *Journal of the American Statistical Association* 79, pp 125-31.

INE (1993), *Contabilidad Nacional Trimestral de España. Metodología y Serie Trimestral 1970-1992,* Instituto Nacional de Estadística, Madrid.

ISTAT (1985): "I conti economici trimestralli dell'Italia 1970-1982", *Supplemento al Bollettino Mensile di Statistica* 12.

Lisman, J.H y J. Sandée (1964): "Derivation of quarterly figures from annual data", *Applied Statistics* 13, pp. 87-90.

Litterman, R.B. (1983)· "A random walk, markov model for distribution of time series", *Journal of Business and Economic Statistics* 1, pp. 169-73.

Nijman, Th. y F.C. Palm (1986): "The construction and use of approximations for missing quarterly observations. A model approach", *Journal of Business and Economic Statistics* 4, pp. 47-58.

OCDE (1996), *Sources and methods used by OECD Member Countries. Quarterly National Accounts,* OECD Publications, París.

Palm, F.C. y Th. Nijman (1984): "Missing observations in the dynamic regression model", *Econometrica* 52, pp. 1415-35.

Rossi, N. (1982): "A Note on the estimation of disaggregate time series when the aggregate is known", *The Review of Economics and Statistics* 64, pp. 695-96.

Stram, D.O. y W.W.S. Wei (1986): "Temporal aggregation in the ARIMA process", *Journal of Time Series Analysis* 39, pp. 279-92.

Trabelsi, A. y S.C. Hillmer (1990): "Bench-marking time series with reliable bench-marks", *Applied Statistics* 39, pp. 367-79.

Vangrevelinghe, G. (1966): "L'evolution à court terme de la consommation des ménages: connaisance, analyse et prévision", *Etudes et Conjoncture* 9, pp. 54-102.

Abstract

The researchers must sometimes face the problem of obtaining high-frequency series (e.g., quarterly series) when only low-frequency values (e.g., annual series) and some contemporaneous aggregation are available. When we only have one series, one of the strategies consits in obtaining the estimates from a set of related indicators, under the AR(1) hypothesis for the errors to avoid spurious steps in the estimated series. In this work, we extend such a hypothesis to the problem of joint distribution of time series, we also derive the form of the covariance matrix of the error and, finally, we offer an algorithm to use in empirical works.

Keywords: Time Series, Temporal Disagreggation, Quarterly Accounts.

Recepción del original, junio de 1998
Versión final, enero de 2000