

LA HIPÓTESIS DE LAS EXPECTATIVAS EN EL LARGO PLAZO: EVIDENCIA EN EL MERCADO ESPAÑOL DE DEUDA PÚBLICA

MAGDALENA MASSOT PERELLÓ

Universitat de les Illes Balears

JUAN M. NAVE PINEDA

Universidad de Castilla-La Mancha

En el presente trabajo se contrasta la Hipótesis de las Expectativas en los plazos más largos de la estructura temporal de tipos de interés. Para ello se aplica la metodología propuesta en Campbell y Shiller (1987, 1991), basada en la obtención de predicciones de los futuros cambios en los tipos de interés mediante un vector autorregresivo, a estimaciones no paramétricas de la curva de tipos cupón-cero. Los resultados muestran evidencia a favor de la Hipótesis de las Expectativas y que el diferencial de tipos es un buen estimador de los cambios futuros de los tipos de interés también en el largo plazo.

Palabras clave: Estructura temporal de tipos de interés, teoría de las expectativas, mercado español de Deuda Pública, modelos VAR.

(JEL E43)

Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de Pilar Abad, Antonio Aznar, Rafael Flores de Frutos, Javier Gil-Bazo, Juan Ángel Lafuente, Angel León, Eliseo Navarro, Alfonso Novales, María Asunción Prats, y, especialmente, la motivación para la realización de este trabajo de Gonzalo Rubio. Asimismo, desean agradecer la labor editorial realizada por Samuel Bentolila que junto con las aportaciones de dos evaluadores anónimos han contribuido de forma especial a clarificar y robustecer las conclusiones extraídas de los resultados obtenidos. Los autores se consideran en deuda con Antonio Díaz que estimó los tipos de interés utilizados, y con el Servicio de Estadística del Banco de España que nos facilitó los suyos para comprobar la influencia del procedimiento de estimación en los resultados obtenidos. Por último, los autores agradecen la ayuda financiera recibida para la realización de este trabajo del Ministerio de Ciencia y Tecnología (DGICYT) BEC2001-2552-C03-03 y BEC2001-1599, respectivamente. Versiones anteriores de este trabajo con el mismo título han sido presentadas en las I Jornadas sobre la ETTI, en el III Encuentro de Economía Aplicada y en el Seminario del Departamento de Economía Financiera de la Universidad de Alicante, y publicadas en versión electrónica como documento de trabajo por FEDEA en la serie de Estudios sobre la Economía Española con el número 123.

1. Introducción

El análisis de la información existente en la estructura temporal de tipos de interés ha sido y es objeto de estudio preferente en la literatura financiera. El enorme interés que suscita entre los economistas su conocimiento se justifica no sólo por su estrecha relación con la valoración de activos financieros sino, además, porque es crucial para la evaluación de políticas macroeconómicas, ya que el posible efecto que puede provocar la modificación de los tipos de interés a corto plazo por parte de las autoridades monetarias sobre la demanda agregada depende de su incidencia en los tipos de interés a largo plazo.

Un primer paso para alcanzar a comprender la relación de los tipos de interés para distintos plazos consiste en examinar el cumplimiento de la denominada Teoría o, alternativamente, Hipótesis de las Expectativas (HE). Esta teoría relaciona el tipo de interés a largo plazo con la media del actual tipo de interés a corto plazo y las expectativas del mercado sobre su evolución en el futuro a través de una prima de rentabilidad temporal constante en el tiempo.

El estudio de esta relación entre los tipos de interés a corto plazo y los tipos de interés a largo plazo puede abordarse desde distintos ámbitos: el de los modelos de valoración intertemporal de activos financieros en equilibrio, el de los modelos de valoración de bonos en ausencia de oportunidades de arbitraje y el empiricista.

A cualquiera de estos ámbitos se le asocian dificultades para la correcta realización del análisis propuesto: así, en los dos primeros están presentes los problemas habituales en el contraste de modelos teóricos de valoración y la dificultad de aislar conclusiones acerca de las distintas hipótesis sobre los que éstos se construyen; mientras que en el último los problemas más habituales son de corte econométrico, excepción hecha de la aparente incompatibilidad de la versión en tiempo discreto de la HE con la ausencia de oportunidades de arbitraje en el mercado en que se analiza.

En este sentido, en Longstaff (2000a) se demuestra que en mercados incompletos, como los analizados, la incompatibilidad teórica de las hipótesis tradicionales de formación de la estructura temporal de los tipos de interés con los argumentos de ausencia de arbitraje no es tal,

lo que implica que la validación de la HE en este tipo de mercados se convierta en una cuestión puramente empírica¹.

De hecho, han sido numerosos los autores que han centrado sus trabajos en este ámbito empiricista, llegando a distintos resultados en función del mercado estudiado, del país en que se ubica dicho mercado, de la localización temporal y la amplitud del periodo analizado, de la frecuencia de los datos manejados en dicho periodo y de la técnica o técnicas estadísticas que concretamente se hayan utilizado en cada uno de los citados trabajos.

Así por ejemplo, en el mercado estadounidense, el más profusamente analizado, coinciden en el rechazo de la HE: Shiller (1979), Jones y Roley (1983), Shiller, Campbell y Schoenholtz (1983), Mankiw y Summers (1984), Fama (1984), Mankiw y Miron (1986), Fama y Bliss (1987), Miskin (1988), Hardouvelis (1988), Campbell y Shiller (1991), Evans y Lewis (1994) y Bekaert, Hodrick y Marshall (1997); reconociéndose, sin embargo, en alguno de estos trabajos cierta capacidad de predicción en la estructura temporal de tipos de interés.

No obstante, para ese mismo mercado, en Sola y Driffill (1994) no se rechaza la validez de esta hipótesis para el corto plazo; en McFadyen, Pickerill y Devaney (1991) a partir de un análisis de causalidad en sentido de Granger tampoco se rechaza su cumplimiento; y en un trabajo reciente de Bekaert y Hodrick (2001) se detecta un aumento en la evidencia favorable al cumplimiento de la HE cuando se utilizan distribuciones de los estadísticos más coherentes con las muestras utilizadas, confirmándose esta evidencia de una forma más rotunda en Longstaff (2000b) cuando se trabaja en el muy corto plazo.

Por otra parte, trabajos donde se analizan simultáneamente distintos mercados, como el de Mankiw (1986), el de Hardouvelis (1994) y el de Gerlach y Smets (1997), confirman el rechazo a la HE en el mercado de EEUU, toda vez que evidencian la contraposición de estos resultados con los obtenidos al examinar determinados mercados europeos en donde la HE no puede ser estadísticamente rechazada. En este mismo sentido, Domínguez y Novales (2000) hallan una fuerte evidencia a favor de la HE en el Euromercado de depósitos.

¹En Campbell (1986) ya se desprecia la posible incidencia en las primas temporales de este problema, desarrollado en Cox, Ingersoll y Ross (1981).

Para el mercado español existe un conjunto numeroso de trabajos de corte empírico que estudian el comportamiento de los tipos de interés². La mayoría de estos trabajos se centran en el mercado interbancario³, coincidiendo en gran parte en el rechazo de la capacidad de los tipos de interés implícitos para explicar futuros tipos de interés al contado. El mayor problema que plantea el marco elegido para realizar estos trabajos es, además de la presencia de importantes primas por liquidez ocasionadas por las tensiones propias de los mercados monetarios, la existencia probada en el mismo de primas por riesgo de crédito⁴. Este problema se evita sin embargo en los trabajos de Ezquiaga y Freixas (1991) y Massot, Navarro y Nave (2001) con la utilización de cotizaciones del mercado “repo” de Letras del Tesoro en el primero y de estimaciones no paramétricas de la estructura temporal del mercado español de deuda pública en el segundo.

En la medida en que, aunque por diferentes motivos, todos los trabajos anteriores tan sólo cubren el corto plazo (normalmente hasta el plazo de un año), se plantea la necesidad, puesta ya de manifiesto en Freixas (1992), de ampliar el análisis al largo plazo, necesidad que motiva la realización del presente trabajo. Así, en éste se analiza la formación de la estructura temporal de los tipos de interés definida hasta un plazo de diez años, para lo que es imprescindible acudir a la información que contienen las cotizaciones de la deuda pública en su mercado secundario.

En la siguiente sección se especifican las implicaciones de la HE en la formación de la estructura temporal de los tipos de interés, concretadas en la relación que ésta establece entre el diferencial de tipos de interés a distintos plazos y los futuros movimientos de los tipos de interés a corto plazo. La Sección 3 desarrolla la metodología utilizada en la contrastación de esta hipótesis realizada posteriormente en la Sección 6; en la Sección 4 se describe la base de datos utilizada y el proceso seguido en su elaboración, mientras que en la Sección 5 se realiza un

²En los otros dos enfoques encontramos, por un lado, en el ámbito de los modelos de equilibrio general, los trabajos de Serrat (1990) y Rico (1999); y, por el otro, en el ámbito de los modelos de no arbitraje, el trabajo de Restoy (1995).

³Entre otros, Ezquiaga (1990), Martín y Pérez de Villarreal (1990), Ezquiaga y Freixas (1991), Ayuso y de la Torre (1991), Freixas y Novales (1992), Ayuso, Novales y de la Torre (1992), Pérez, Sáez y Murillo (1997), Prats y Beyaert (1998), Robles y Flores de Frutos (2000) y Beyaert, García y Prats (2001).

⁴Estudios recientes entorno a la estimación de primas por riesgo de crédito revelan que éstas, además de depender de la calidad crediticia del emisor concreto, no son independientes ni del plazo ni del tiempo – véase Singleton (1998).

análisis preliminar a la contrastación formal. Por último, en la Sección 7 se sintetizan las conclusiones más relevantes del trabajo.

2. La teoría de las expectativas

La HE de la estructura temporal de tipos de interés establece que el tipo de interés a largo plazo en t , R_t^n , es igual a una media simple de las expectativas de futuros tipos de interés a corto plazo desde t hasta $n - m$, R_t^m , más una prima de rentabilidad, $c^{(n,m)}$, que varía con n y m pero que permanece constante a lo largo del tiempo:

$$R_t^n = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} E_t R_{t+mi}^m + c^{(n,m)} \quad k = n/m \quad [1]$$

donde k es un número entero.

Restando R_t^m en ambos lados de la ecuación [1] se obtiene que el *spread* o diferencial entre el tipo de interés a largo plazo y el tipo de interés a corto plazo, $S_t^{(n,m)} = R_t^n - R_t^m$, es una media ponderada de las expectativas de futuros cambios en los tipos de interés a corto plazo sobre n períodos:

$$\begin{aligned} R_t^n - R_t^m &= \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} E_t R_{t+mi}^m + c^{(n,m)} - R_t^m = \\ &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k-1} E_t [R_{t+mi}^m - R_t^m] + c^{(n,m)} \\ S_t^{(n,m)} &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k-1} E_t \left[(R_{t+mi}^m - R_{t+m(i-1)}^m) (k - i) \right] + c^{(n,m)} \\ S_t^{(n,m)} &= E_t \left[\sum_{i=1}^{k-1} \left(1 - \frac{i}{k} \right) \Delta^m R_{t+im}^m \right] + c^{(n,m)} = E_t S_t^{*(n,m)} + c^{(n,m)} \end{aligned} \quad [2]$$

donde: $\Delta^m R_{t+im}^m$ expresa la variación en un período de amplitud m en los tipos de interés a corto plazo, $R_{t+im}^m - R_{t+im-m}^m$; y $S_t^{*(n,m)}$ recoge la suma ponderada de dichos cambios.

Para examinar la ecuación [2] puede estimarse la siguiente regresión (donde $\alpha = -c^{(n,m)}$):

$$S_t^{*(n,m)} = \alpha + \beta S_t^{(n,m)} + \varepsilon_{t+n-m} \quad [3]$$

Esta estimación permitirá verificar si el *spread* explica las variaciones en los futuros tipos de interés esperados a corto plazo⁵, en cuyo caso el parámetro estimado será igual a la unidad, o si, por el contrario, el *spread* no contiene información sobre los futuros tipos de interés esperados, siendo el parámetro estimado, en este caso, no significativamente distinto de cero, y las variaciones en los futuros tipos de interés esperados a corto plazo explicadas por la existencia de una prima de rentabilidad temporal.

Este análisis que, en principio, puede resultar enormemente atractivo, presenta sin embargo algunos inconvenientes que es importante tener en cuenta: en primer lugar, en la medida en que se incrementa el horizonte de predicción, n , un sustancial porcentaje de los datos se pierde, pudiendo mermar considerablemente el número de observaciones para un mismo periodo de estudio; en segundo lugar, la estimación de la regresión anterior supone la utilización de observaciones solapadas y la fiabilidad de los modelos econométricos que corrigen los errores estándar de las regresiones que adolecen de dicho problema se anula si el grado de solapamiento es elevado en relación con su tamaño muestral⁶.

Estos inconvenientes son los que, por ejemplo en Massot, Navarro y Nave (2001), provocan la restricción del análisis al corto plazo ($n = 12$ meses) con el fin de obtener conclusiones lo más sólidas posible⁷. Así, para poder extender el análisis al largo plazo, dadas las dificultades de ampliar el periodo de análisis, se hace imprescindible trabajar con alguna metodología alternativa que evite al máximo estos problemas, como es la propuesta por Campbell y Shiller (1991) que se describe en la siguiente sección.

3. El *spread* teórico y la teoría de las expectativas

La media ponderada de las expectativas de futuros cambios en los tipos de interés a corto plazo es lo que se denomina, de acuerdo con la terminología de Campbell y Shiller (1991), el *spread* teórico de los tipos de interés, ya que es el *spread* que debería obtenerse si la HE se cumpliera con exactitud en el mercado. La estimación de dicho *spread*

⁵Suponiendo expectativas racionales podemos utilizar como variable dependiente los futuros cambios del tipo de interés a corto plazo ya que, bajo esta hipótesis, las diferencias entre los futuros tipos de interés reales y los esperados están incorrelacionados con el *spread* de tipos.

⁶Véase al respecto Richardson y Stock (1989) y Hodrick (1990).

⁷Los resultados obtenidos muestran evidencia a favor de la HE.

y su comparación con el diferencial de tipos de interés o *spread* real permite aceptar o no la HE en función de que ambas variables tengan o no un comportamiento similar.

A partir de la ecuación [2] podemos suponer que las variaciones en el tiempo de los tipos de interés a corto plazo y del diferencial real de tipos dependen conjuntamente de sus valores retardados por lo que Campbell y Shiller proponen obtener predicciones conjuntas de ambas variables mediante la aplicación de un modelo de vector autoregresivo (VAR).

Aunque el conjunto total de información que utilizan los agentes para formar sus expectativas no es observable, la ecuación [2] puede proyectarse sobre cualquier subconjunto de información. Si se considera, concretamente, un subconjunto de información que incluya el propio diferencial de tipos de interés, la ecuación [2] queda inalterada, es decir, el *spread* o diferencial de tipos observable en t debe ser igual a la media ponderada de las expectativas en t – condicionadas ahora al subconjunto de información considerado – de futuros cambios en los tipos de interés a corto plazo sobre n períodos.

Se parte de un vector estocástico estacionario

$$x_t = \left[\Delta R_t^m, S_t^{(n,m)} \right]$$

donde: $x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots$, es el subconjunto de información considerado, ΔR_t^m es el cambio en un período del tipo de interés a corto plazo y $S_t^{(n,m)}$ es el *spread* o diferencial entre el tipo de interés a largo plazo y el tipo de interés a corto plazo.

Este vector, x_t , puede ser representado mediante un VAR de orden p o mediante un VAR de primer orden de la siguiente forma⁸:

$$z_t = Az_{t-1} + u_t \quad [4]$$

donde: $z_t \equiv \left[\Delta R_t^m, \dots, \Delta R_{t-(p-1)}^m, S_t^{(n,m)}, \dots, S_{t-(p-1)}^{(n,m)} \right]$, A es la matriz $(2p \times 2p)$ de coeficientes del modelo VAR bivalente de orden 1 y $u_t = [v_{1t}, 0, \dots, 0, v_{2t}, 0, \dots, 0]$ es el vector $(2p \times 1)$ que contiene los términos de error aleatorios.

⁸Sustrayendo de las variables sus respectivas medias los términos constantes desaparecen del sistema.

A partir de esta representación, podemos calcular fácilmente predicciones de los futuros tipos de interés mediante la siguiente expresión:

$$E[z_{t+k} | x_t, x_{t-1}, \dots] = E[z_{t+k} | z_t] = E[z_{t+k}] = A^k z_t \quad [5]$$

Si, a su vez, definimos h' como un vector de $(2 \times p)$ elementos, tal que el primero de ellos es igual a 1 y el resto son iguales a cero, las predicciones de la variación del tipo de interés a corto plazo k períodos en el futuro vendrán determinadas por:

$$E[\Delta R_{t+k}^m | z_t] = E_t[\Delta R_{t+k}^m] = h' A^k z_t \quad [6]$$

Esta última expresión permitirá calcular la variación de futuros tipos de interés a corto plazo que debe esperar el mercado si la HE se cumple y, con ello, lo que se denominará como *spread* teórico, $S_t^{(n,m)}$.

Así, a partir de la ecuación [2] y considerando $c^{(n,m)} = 0$ se tiene que:

$$\begin{aligned} S_t^{(n,m)} &= \sum_{i=1}^{k-1} E_t \Delta^m R_{t+im}^m - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{i}{k} E_t \Delta^m R_{t+im}^m = \\ &= E_t [\Delta R_{t+1}^m + \Delta R_{t+2}^m + \dots + \Delta R_{t+(n-m)}^m] - \\ &- \frac{1}{k} E_t [(\Delta R_{t+1}^m + \dots + \Delta R_{t+m}^m) + 2(\Delta R_{t+m+1}^m + \dots + \Delta R_{t+2m}^m) + \dots + \\ &+ (k-1)(\Delta R_{t+(n-2m)+1}^m + \dots + \Delta R_{t+(n-m)}^m)] \quad [7] \end{aligned}$$

Si se sustituyen las expectativas de los sucesivos cambios de los tipos de interés a corto plazo en [7] por [6], se obtiene:

$$\begin{aligned} S_t^{(n,m)} &= h' [Az_t + A^2 z_t + \dots + A^{n-m} z_t] - \\ &- h' \frac{1}{k} \left[(Az_t + \dots + A^m z_t) + 2(A^{m+1} z_t + \dots + A^{2m} z_t) + \dots + \right. \\ &\quad \left. + (k-1)(A^{n-2m+1} z_t + \dots + A^{n-m} z_t) \right] \end{aligned}$$

Si se aplican las fórmulas de la progresión geométrica y de la aritmética-geométrica a la expresión resultante se obtiene la siguiente:

$$\begin{aligned} S_t^{(n,m)} &= h' \left[\frac{A - A^{n-m+1}}{I - A} \right] z_t - h' \frac{1}{k} \left[\frac{A - A^{n-m+1}}{I - A} + \frac{A^{m+1} - A^{n-m+1}}{I - A} + \dots + \frac{A^{n-2m+1} - A^{n-m+1}}{I - A} \right] z_t = \\ &= h' \left[(A - A^{n-m+1}) - \frac{1}{k} \left(\frac{A - A^{n-2m+1} A^m}{I - A^m} - \frac{1}{(k-1) A^{n-m+1}} \right) \right] (I - A)^{-1} z_t = \\ &= h' A \left[(I - A^{n-m}) - \frac{1}{k} (I - A^{n-m}) (I - A^m)^{-1} + \frac{1}{k} A^{n-m} \right] (I - A)^{-1} z_t \end{aligned}$$

Expresión que, después de simplificarse, permitirá obtener directamente el *spread* teórico:

$$S_t^{(n,m)} = h' A \left[I - \frac{1}{k} (I - A^n) (I - A^m)^{-1} \right] (I - A)^{-1} z_t \quad [8]$$

A partir de la ecuación [8] puede realizarse un primer contraste basado en el examen del comportamiento de ambas *spreads*, $S_t^{(n,m)}$ y $S_t'^{(n,m)}$: así, si la HE se mantiene, la evolución de ambas variables será similar, y la correlación entre el *spread* teórico y el *spread real* ($\rho_{s',s}$) y el ratio de sus desviaciones estándar ($\sigma_{s'}/\sigma_s$) estarán próximos a la unidad, con lo que el coeficiente de regresión ($\beta \equiv \rho_{s',s} \sigma_{s'}/\sigma_s$) no debería alejarse demasiado de ese valor. Por el contrario, si el tipo de interés a largo plazo reacciona excesivamente, o insuficientemente, frente a las expectativas de futuros tipos de interés a corto plazo el ratio $\sigma_{s'}/\sigma_s$ será menor que 1, o mayor que 1, respectivamente.

Por otra parte, si definimos g' como un vector de $(2 \times p)$ elementos, todos iguales a cero a excepción del elemento $p+1$ que es igual a 1, y considerando de nuevo la ecuación [2] y $c^{(n,m)} = 0$, podemos plantear las siguientes igualdades:

$$S_t^{(n,m)} = g' z_t = S_t'^{(n,m)} \quad [9]$$

lo que implica imponer una serie de restricciones no lineales a los coeficientes del VAR:

$$g' = h' A \left[I - \left(\frac{m}{n} \right) (I - A^n) (I - A^m)^{-1} \right] (I - A)^{-1} \quad [10]$$

Estas restricciones pueden examinarse mediante el contraste de Wald⁹. Para ello, se define la hipótesis nula de la forma:

$$f(\beta) = 0$$

en donde $f(\beta)$ es un vector columna que contiene las $2p$ restricciones no lineales que deben cumplir los coeficientes para que el modelo de expectativas sea aceptado.

⁹Entre otros, Campbell y Shiller (1987) primero y McDonald y Speight (1988) y Mills (1991) después, suponen que $n \rightarrow \infty$, lo que simplifica enormemente la aplicación del contraste. Si $n \rightarrow \infty$, se linealiza el conjunto de restricciones que deben cumplir los coeficientes de la matriz A . No obstante, la validez de las restricciones lineales anteriores es cuestionable si el vencimiento del tipo de interés a largo plazo no es suficientemente amplio – véase Mills (1991).

A partir de esta definición de la hipótesis nula se construye el estadístico de Wald que se distribuye como una chi-cuadrado con tantos grados de libertad como sea el número de restricciones impuestas:

$$W_{1 \times 1} = f(\hat{\beta})'_{1 \times 2p} \left\{ \text{var} [f(\hat{\beta})] \right\}_{2p \times 2p}^{-1} f(\hat{\beta})_{2p \times 1} \sim \chi^2_{2p} \quad [11]$$

donde la varianza de las funciones no lineales se ha obtenido de la siguiente igualdad:

$$\text{var} [f(\hat{\beta})]_{2p \times 2p} = \left[\frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}'} \right]_{2p \times 4p} \text{var} [\hat{\beta}]_{4p \times 4p} \left[\frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}'} \right]'_{4p \times 2p} \quad [12]$$

siendo: $\left[\frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}'} \right]_{2p \times 4p}$ la matriz de derivadas de cada una de las funciones no lineales respecto a cada uno de los $4p$ coeficientes; y $\text{var} [\hat{\beta}]_{4p \times 4p}$ la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes estimados.

Este examen proporciona un segundo contraste de la HE. Como puede observarse, los dos tipos de contraste que posibilita la utilización de la metodología propuesta por Campbell y Shiller son de distinta naturaleza. El primero, más informal desde un punto de vista estadístico, proporciona una valiosa información desde el punto de vista económico, mientras que el segundo no ofrece información económica más allá de la que se desprende de la aceptación o rechazo estadístico del cumplimiento de las restricciones que implica la HE.

La complementariedad de los dos contrastes propuestos aconseja su utilización conjunta, explotando al máximo la información que se desprende del contraste informal y corroborando posteriormente, si procede, los resultados desde una vertiente más estadística con el test de Wald¹⁰.

¹⁰ Además de no informar, en su caso, sobre la importancia de las desviaciones de la HE, la utilización exclusiva del test de Wald puede conducir a conclusiones erróneas, bien por la insuficiente potencia del test –véanse Engsted y Nyholm (2000) y Bekaert y Hodrick (2000)–, bien por la alta sensibilidad que tiene el test a la presencia de desviaciones de carácter transitorio, de menor importancia económica –véase Campbell y Shiller (1987)–.

4. Descripción de los datos utilizados

En los trabajos que analizan la HE desde una perspectiva teórica, las primas temporales que se estudian surgen como consecuencia de considerar como cierto el proceso generador de datos que resulta de los modelos teóricos de valoración, bajo equilibrio o no arbitraje, con los que se trabaja. Por el contrario, en el análisis aquí propuesto, dada su naturaleza exclusivamente empírica, se requiere la utilización de datos extraídos directamente del mercado que no estén condicionados por hipótesis previas sobre su comportamiento, tal y como ocurre en el marco anteriormente descrito.

Por ello, si se quiere realizar un estudio que vaya más allá del corto plazo, como aquí ocurre, resulta como mínimo conveniente recurrir a las cotizaciones de la Deuda Pública en su mercado secundario. Con ello se consigue evitar la presencia de primas por riesgo de insolvencia de difícil depuración, aunque otras distorsiones inherentes a estas cotizaciones como consecuencia principalmente del llamado efecto cupón, pero también de la discontinuidad de los plazos a vencimiento, del sesgo fiscal y de las posibles primas por liquidez, hacen necesario un tratamiento previo adecuado de estos datos¹¹.

Así pues, se han utilizado estimaciones funcionales de la estructura temporal de los tipos de interés durante el periodo de análisis que abarca desde septiembre de 1993 hasta diciembre de 1998, ambos inclusive. Para ello se han utilizado las cotizaciones del segmento mayorista del mercado secundario de Deuda Pública anotada¹² y una adaptación a dicho mercado de la metodología de estimación y ajuste funcional propuesta por Vasicek y Fong (1982), descrita en el Apéndice.

La ausencia de bonos cupón-cero a medio y largo plazo en el mercado español de Deuda Pública hace necesario el ajuste de funciones a los tipos de interés al contado implícitos en las cotizaciones de los bonos

¹¹Una explicación detallada de estos efectos y su tratamiento para una correcta determinación de la estructura temporal de los tipos de interés puede verse en Nave (1998).

¹²Los datos utilizados en las estimaciones de las curvas cupón cero son los recogidos como cotizaciones medias diarias de las operaciones de compraventa simple al contado para cada referencia cotizada de Deuda Pública en el Boletín diario de la Central de Anotaciones de la Deuda Española del Banco de España (www.bde.es) tal y como se recoge en Navarro y Nave (1997).

con pago periódico de cupones; de esta forma se elimina el efecto cupón presente en dichas cotizaciones¹³.

Este proceso de estimación y ajuste permite introducir un mecanismo corrector del efecto fiscal presente, igualmente, en las cotizaciones empleadas¹⁴, y así obtener tipos cupón-cero para todos y cada uno de los plazos contenidos en el segmento estudiado de la estructural temporal.

La elección de realizar las estimaciones en el segmento de mercado aludido se justifica por su mayor grado de liquidez y volumen de negociación, características que permiten desprestigiar la posible presencia de primas por liquidez y obtener unos ajustes fidedignos de la curva.

Por otro lado, la metodología de estimación de la estructura temporal empleada se fundamenta en el ajuste de funciones no paramétricas, concretamente, *splines* exponenciales¹⁵. Con la utilización de esta técnica de aproximación de funciones se consigue obtener estructuras *forward* con sentido sin necesidad de forzar el ajuste en el tramo alto de la curva, evitándose de este modo la presencia indeseable en las estructuras *spot* aquí utilizadas de hipótesis implícitas sobre la prima, tal y como ocurre en las estimaciones realizadas con modelos paramétricos¹⁶. Estos modelos paramétricos se utilizan más frecuentemente en los trabajos académicos, bien sea por su mayor simplicidad, o bien por su mayor disponibilidad, ya que, hasta fechas recientes, eran los común-

¹³Otra alternativa a la utilización, tal y como se hace aún en algunos trabajos, de los rendimientos de los bonos directamente es construir carteras con bonos de plazo similar y cupones diferentes para compensar entre ellos el efecto cupón. En Shiller, Campbell y Schoenholtz (1983) se utiliza una metodología *ad-hoc* para corregir el efecto cupón aunque, como los propios autores demuestran, al aumentar los plazos hasta el vencimiento su aproximación pierde la bondad requerida.

¹⁴El mecanismo corrector introducido se describe en Contreras, Ferrer, Navarro y Nave (1996) donde se adapta la metodología de estimación y ajuste propuesta por Vasicek y Fong (1982) a las características propias del mercado español de deuda pública.

¹⁵Esta misma metodología que ha sido empleada recientemente en trabajos académicos como el de Díaz y Skinner (2001) o el de Navarro y Nave (2001), es profusamente utilizada en la industria financiera por sus cualidades en la estimación de las funciones de descuento, pudiéndose mencionar como claro ejemplo de ello la solución informática desarrollada por Risk Systems and Research, compañía nacida de la iniciativa de Expert Timing Systems, profesores de la Universidad de Chicago y profesionales del sector financiero, para la estimación de dicha función de descuento.

¹⁶En Anderson, Breedon, Deacon, Derry y Murphy (1996), pág. 178, puede verse una clara explicación de la influencia de los métodos paramétricos en las primas por plazo que se derivan de las estimaciones obtenidas con ellos.

mente utilizados por los distintos bancos centrales para la estimación periódica de los tipos de interés dada su suficiente calidad para “las aplicaciones de política monetaria” (Svensson, 1994a) e incluso “para propósitos meramente informativos” (Nelson y Siegel, 1987)¹⁷.

Como se ha señalado con anterioridad, el período analizado comienza en septiembre de 1993 al igual que en Massot, Navarro y Nave (2001). En este último trabajo se justifica esta fecha inicial por el cambio estructural en el comportamiento de los tipos de interés marcado por el fin de la crisis del Sistema Monetario Europeo en agosto de 1993 y provocado por el ensanchamiento de las bandas de fluctuación del sistema, tal y como se pone de manifiesto en Navarro y Nave (1997). De esta forma se evitan los posibles problemas de heterocedasticidad provocados por dicho cambio estructural al analizar períodos con un inicio anterior al fijado. A partir de esta limitación se ha ampliado al máximo el periodo de estudio, alargándolo en la medida en que la disponibilidad de las estimaciones lo ha permitido.

De las estimaciones de la estructura temporal se han extraído los tipos de interés correspondientes a los plazos de 1 hasta 12 meses, 18 meses y 2, 3, 4, 5, 7 y 10 años con una periodicidad mensual, es decir, se trabaja con 64 estimaciones para cada uno de los plazos seleccionados¹⁸. En el panel A del Cuadro 1 se resumen los estadísticos más relevantes correspondientes a las diecinueve series estimadas que finalmente serán utilizadas.

Por su parte, el panel C del Cuadro 1 se reserva a los estadísticos correspondientes a los errores cometidos en las estimaciones de la estructura temporal (y su cuadrado), tanto en precio como en TIR, calculados de una sola vez a partir de las 1624 cotizaciones de Operaciones Simultáneas al Contado, de Letras del Tesoro y de Bonos y Obligaciones del Estado observadas en el mercado de Deuda Pública en las 64 fechas seleccionadas.

¹⁷En Anderson, Breedon, Deacon, Derry y Murphy (1996) se cita el trabajo de Wiseman (1994) en donde el propio autor después de desarrollar un modelo funcional de estimación reconoce la capacidad de adaptación de la función utilizada a la forma de la estructura temporal pero no al valor concreto de los datos.

¹⁸Con el fin de comprobar la solidez de los resultados obtenidos, de forma paralela se ha trabajado con datos de frecuencia semanal, multiplicándose por cuatro el número de estimaciones contenidas en el periodo analizado. Para todos y cada uno de los análisis efectuados se ha obtenido idéntica evidencia a la encontrada utilizando los datos de frecuencia mensual, más habituales en este tipo de análisis.

CUADRO 1
Estadísticos descriptivos

	Mínimo	Máximo	Mediana	Curtosis	Asimetría	Media	Desv.Est.
Panel A. Tipos de interés al contado, R_t^n							
R_t^1	0,02934	0,10254	0,07345	1,84847	-0,20958	0,06970	0,01931
R_t^2	0,02946	0,10114	0,07350	1,79553	-0,24213	0,06939	0,01942
R_t^3	0,02958	0,09980	0,07333	1,75547	-0,26165	0,06912	0,01955
R_t^4	0,02970	0,09850	0,07326	1,72615	-0,27039	0,06891	0,01970
R_t^5	0,02981	0,09726	0,07318	1,70548	-0,27082	0,06873	0,01986
R_t^6	0,02993	0,09645	0,07309	1,69162	-0,26524	0,06860	0,02002
R_t^7	0,03004	0,09745	0,07305	1,68283	-0,25553	0,06851	0,02018
R_t^8	0,03016	0,09830	0,07307	1,67749	-0,24314	0,06844	0,02034
R_t^9	0,03028	0,09902	0,07313	1,67436	-0,22921	0,06841	0,02050
R_t^{10}	0,03039	0,09961	0,07323	1,67265	-0,21449	0,06840	0,02065
R_t^{11}	0,03051	0,10011	0,07324	1,67187	-0,19948	0,06841	0,02080
R_t^{12}	0,03063	0,10055	0,07300	1,67170	-0,18455	0,06845	0,02095
R_t^{18}	0,03132	0,10241	0,07270	1,67640	-0,10683	0,06901	0,02176
R_t^{24}	0,03202	0,10507	0,07263	1,68339	-0,05456	0,06988	0,02239
R_t^{36}	0,03341	0,10847	0,07451	1,69131	-0,01120	0,07182	0,02309
R_t^{48}	0,03477	0,11013	0,07614	1,69470	-0,01013	0,07361	0,02332
R_t^{60}	0,03608	0,11105	0,07787	1,69827	-0,02656	0,07518	0,02330
R_t^{84}	0,03849	0,11318	0,08143	1,71143	-0,07751	0,07774	0,02290
R_t^{120}	0,04168	0,11556	0,08524	1,75160	-0,16373	0,08045	0,02191
Panel B. Tipos de interés forward, $F_t^{(m,n)}$							
$F_t^{(12,24)}$	0.031908	0.113499	0.072751	1.734835	0.115258	0.071325	0.024231
$F_t^{(12,48)}$	0.035332	0.114630	0.077789	1.712645	0.071048	0.075333	0.024345
$F_t^{(12,120)}$	0.042909	0.117460	0.085936	1.754627	-0.150943	0.081793	0.022102
Panel C. Errores en TIR, e_t^{TIR} , y en precio, e_t^{Pr}							
e_t^{TIR}	-2.68495	5.41834	0.013903	198.7269	3.87286	0.018960	0.24550
$(e_t^{TIR})^2$	1.13E-08	29.35485	0.002109	886.6472	27.24770	0.060593	0.849854
e_t^{Pr}	-1.55459	1.670451	-0.02053	8.73778	-0.23105	-0.05117	0.24307
$(e_t^{Pr})^2$	3.33E-10	2.790407	0.008520	83.69853	7.217963	0.061668	0.168211

La tabla recoge en el panel A los distintos estadísticos de los tipos de interés al contado estimados, R_t^n , siguiendo la metodología de Vasicek y Fong (1982). En el panel B, de los tipos *forward* implícitos a m meses para el plazo $n - m$, $F_t^{(m,n)}$, y en el panel C los errores en TIR, e_t^{TIR} , y precio, e_t^{Pr} , para los diferentes títulos cotizados (1.624 observaciones). El periodo analizado abarca desde septiembre de 1993 hasta diciembre de 1998.

En el Gráfico 1 se han representado, a modo de ejemplo, las series de los tipos de interés al contado correspondientes al plazo de un año, tres años y nueve años, junto con las de los tipos *forward* a un año

para esos mismos plazos de uno, tres y nueve años, cuyos estadísticos pueden verse en el panel B del citado Cuadro 1.

GRÁFICO 1
Tipos contado y tipos *forward*

Gráfico 1a. R_t^{12} — $F_t^{(12,24)}$

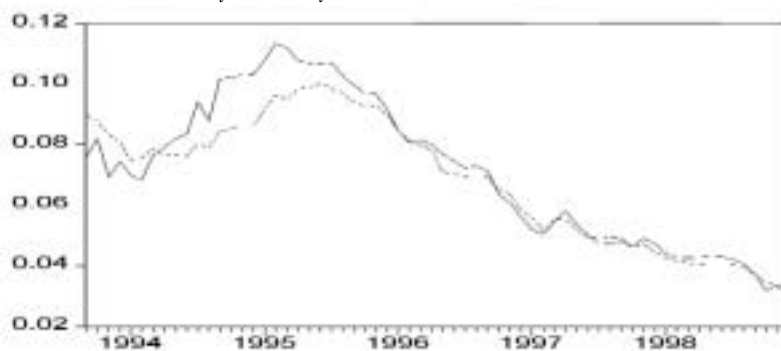


Gráfico 1b. R_t^{36} — $F_t^{(12,48)}$

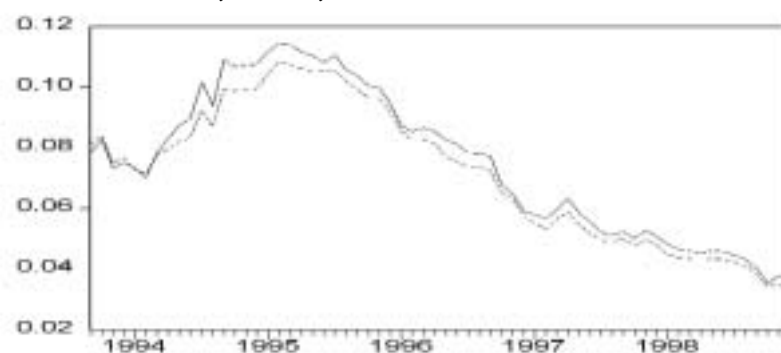
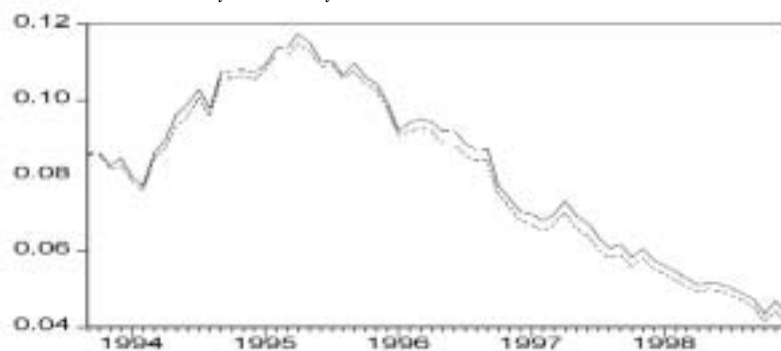


Gráfico 1c. R_t^{108} — $F_t^{(12,120)}$



Se presentan gráficamente las estimaciones mensuales, desde septiembre de 1993 hasta diciembre de 1998, de los tipos de interés al contado, R_t^n , y de los tipos *forward* implícitos a m meses para el plazo $n - m$, $F_t^{(m,n)}$.

De la observación de los tipos de interés al contado estimados que se utilizan a lo largo de este trabajo, y de los tipos *forward* calculados a partir de ellos, no puede inferirse ninguna característica negativa que invite a reconsiderar su adecuación para los fines propuestos. Críticas como la de Shea (1985), centradas en la posibilidad de que las estructuras así estimadas puedan dar lugar a estructuras *forward* explosivas, además de ser irrelevantes en el contexto de este trabajo, donde sólo se hace uso de los tipos de interés al contado, se basan en una casuística que a tenor de los resultados obtenidos difiere sustancialmente de la aquí encontrada¹⁹.

No obstante, con el fin de eliminar cualquier tipo de duda sobre la influencia que el proceso de estimación de los datos empleados pudiera tener, se ha realizado una prueba de solidez sobre los resultados obtenidos en la Sección 6.A de este trabajo, utilizando para ello los tipos cupón cero estimados por el Banco de España con el método de Nelson-Siegel-Svensson, tal y como se describe en Nuñez (1995), para el mismo periodo temporal – desde septiembre de 1993 a diciembre de 1998.

5. Análisis preliminar de los datos²⁰

5.1. La estacionariedad de los spreads de tipos de interés

Como un primer indicio del posible cumplimiento de la HE se ha examinado el comportamiento estacionario de los tipos de interés y de sus *spreads*. Si los tipos de interés, R_t^n y R_t^m , son series integradas de orden 1, sus primeras diferencias, ΔR_t^n y ΔR_t^m , son series estacionarias, por lo que una implicación teórica del modelo es que los *spreads*, $S_t^{(n,m)}$,

¹⁹En Anderson, Breedon, Deacon, Derry y Murphy (1996) se apunta la posibilidad de que el problema encontrado por Shea (1985) estuviera provocado por la elección de los nudos de las funciones *spline* con las que se trabaja. Estos mismos autores apuntan la conveniencia de optimizar la localización de los nudos empleados, tal y como se hace en Contreras, Ferrer, Navarro y Nave (1996), para lograr mejores ajustes. En Lin (2002) puede verse el resultado de un análisis de sensibilidad respecto a la localización de los nudos en las funciones *spline*.

²⁰Con la finalidad de aligerar el contenido de este artículo se ha creído conveniente no incluir los cuadros que recogen los resultados concretos obtenidos en esta sección. El lector interesado puede consultarlas en una versión anterior del trabajo publicada como documento de trabajo electrónico (<http://www.fedea.es/hojas/publicado.html>) por FEDEA en la serie de Estudios sobre la Economía Española con el número 123.

ya que son una combinación lineal de variables estacionarias – como describe la ecuación [2] – deben ser, también, series estacionarias.

En este sentido, se ha aplicado el contraste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF). El número de retardos p apropiado en cada una de las variables se ha determinado de acuerdo con el procedimiento secuencial propuesto en Hamilton (1994), aplicándose el contraste de multiplicadores de Lagrange de Breusch-Godfrey con 12 grados de libertad para contrastar la ausencia de autocorrelación de los residuos obtenidos al estimar los procesos autorregresivos seleccionados.

En la determinación de los *spreads*, $S_t^{(n,m)}$, se han utilizado como tipos a corto plazo los correspondientes a los plazos de 1, 2, 3, 6 y 12 meses, y como tipos a largo plazo sus múltiplos existentes dentro de los plazos considerados y anteriormente indicados.

Con un nivel de significación de un 5% se acepta la hipótesis nula de no estacionariedad de los tipos de interés en nivel para todos los plazos considerados, y se rechaza la hipótesis nula para las series de tipos de interés en primeras diferencias. De igual forma, con un nivel de significación ahora de entre el 5% y el 10%, se rechaza la hipótesis nula de no estacionariedad de los *spreads*.

La estacionariedad de los *spreads*, definidos por una combinación lineal de dos series de tipos de interés que por lo general son no estacionarias e integradas de orden 1, implica la cointegración de los tipos de interés a corto plazo y los tipos de interés a largo plazo con un vector de cointegración $[1, -1]$. Este hecho ha provocado que algunos trabajos que estudian el cumplimiento de la HE se hayan centrado en el análisis de esta relación de cointegración. Sin embargo, como señala Lange (1999), aunque la existencia de esta relación de cointegración es condición necesaria para que se cumpla la HE, no constituye en sí misma un test explícito de ésta²¹.

5.2. El modelo VAR

Una vez se ha comprobado que los tipos de interés son series I(1) y los *spreads* I(0), y siguiendo con la metodología propuesta en la Sección

²¹Concretamente, con esta metodología tan solo se puede llegar a establecer si los tipos de interés a corto y largo plazo siguen una tendencia estocástica común, hecho éste compatible con otras hipótesis de formación de la estructura temporal de los tipos de interés, incluso con un comportamiento del mercado no fundamentado en las expectativas racionales.

3, se realizan dos contrastes para seleccionar el número de retardos apropiado del modelo VAR a partir del cual se obtendrá el *spread* teórico: el Criterio de Información de Akaike (AIC) y el contraste de la razón de verosimilitud (LR) corregido por el número de parámetros estimados por ecuación, de acuerdo con la modificación propuesta por Sims.

Para la gran mayoría de vencimientos ambos contrastes coinciden en la selección de un modelo VAR(1). No obstante, para determinados valores de n y m se ha producido una discrepancia en la elección – el AIC opta por un VAR(1) y el contraste LR por un VAR(3) o un VAR(4) según el caso– por lo que se ha realizado de nuevo el contraste LR entre ambos números de retardos y, con un nivel de significación de un 5 %, se ha aceptado el VAR(1) frente a la hipótesis alternativa de un número de retardos superior.

Por otra parte, con el objetivo de examinar la correcta estimación por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) del modelo VAR(1) anteriormente seleccionado, se ha efectuado sobre los residuos obtenidos en cada una de las dos ecuaciones del sistema el contraste de multiplicadores de Lagrange de Breusch-Godfrey con 12 grados de libertad para contrastar la ausencia de autocorrelación y el contraste de White para comprobar la presencia o no de heterocedasticidad. La aceptación en ambos casos de la hipótesis nula con un nivel de significación del 5 % no ha supuesto modificación alguna sobre el orden elegido, por lo que directamente se ha pasado a efectuar un contraste de causalidad en el sentido de Granger como último paso previo al examen del *spread* teórico.

5.3. La causalidad en sentido de Granger

Si se cumple la HE, el tipo de interés a largo plazo anticipa los futuros tipos de interés a corto plazo y, por tanto, una segunda implicación teórica del modelo es que el diferencial de tipos de interés, $S_t^{(n,m)}$, es causa en el sentido de Granger del cambio de los tipos de interés a corto plazo, ΔR_t^m , de tal forma que incluir valores retardados del *spread* mejora las predicciones de futuros cambios de los tipos de interés a corto plazo en comparación con las predicciones que únicamente consideran la información histórica de dichos cambios.

El contraste, que se distribuye según una chi-cuadrado con p grados de libertad, uno en este caso, con un nivel de significación de un 5 %

rechaza la hipótesis nula de que el diferencial de tipos no es causa en el sentido de Granger de la variación del tipo de interés a corto plazo.

De este modo se encuentra una nueva evidencia en contra del rechazo a priori del cumplimiento de la HE, aunque, una vez más, el análisis realizado no sea suficiente en sí mismo para asegurar dicho cumplimiento, teniendo que recurrir para ello a tests más explícitos que, a su vez, proporcionan mayor información sobre el contenido económico de las relaciones entre los distintos plazos de la estructura temporal de los tipos de interés.

6. Contraste de la hipótesis de las expectativas

6.1. *El spread teórico frente al spread real*

Una vez comprobadas las dos condiciones necesarias para el cumplimiento de la HE, la matriz de coeficientes A del modelo VAR(1) estimado se ha sustituido en la ecuación [8] para la obtención del *spread* teórico, $S_t^{(n,m)}$. Con él se ha procedido a la realización de los distintos cálculos que permiten efectuar el análisis comparativo de su comportamiento frente al del *spread* real.

En el Panel A del Cuadro 2 se recogen los resultados obtenidos al calcular el coeficiente de correlación entre el *spread* teórico resultante y el *spread* real, $\rho_{s',s}$, y el cociente entre las desviaciones estándar de ambas variables, $\sigma_{s'}/\sigma_s$.

Para los distintos tipos de interés a corto plazo considerados, con independencia del horizonte temporal analizado, nos encontramos con valores muy próximos a la unidad. El coeficiente de correlación es en casi todos los casos igual a 0.99 y el *ratio* de las desviaciones estándar entre ambos *spreads* toma valores aproximados entre 0.90 y 1.25 – incrementándose a medida que aumentan n y m .

El comportamiento de las dos series es pues muy similar y, por lo tanto, el cumplimiento de la HE, a tenor de estos resultados, no puede ser rechazado en el mercado español de Deuda Pública.

Tal y como se adelantó en la Sección 4, se ha realizado una prueba de solidez de estos resultados empleando los tipos cupón cero estimados por el Banco de España con una metodología alternativa a la aquí utilizada con el fin de verificar la posible influencia que dicha metodología pudiera tener sobre los resultados anteriores.

CUADRO 2
Coeficiente de correlación entre el *spread* teórico y el *spread* real y
ratio de sus desviaciones estándar

Panel A. Estimaciones de Vasicek y Fong (1982)								
<i>M</i>								
	1		3		6		12	
<i>n</i>	$\rho_{s',s}$	σ_s/σ_s	$\rho_{s',s}$	σ_s/σ_s	$\rho_{s',s}$	σ_s/σ_s	$\rho_{s',s}$	σ_s/σ_s
2	0,9997	0,8852						
3	0,9996	0,8924						
6	0,9994	0,9320	0,9998	0,9344				
9	0,9993	0,9812	0,9993	0,9892				
12	0,9993	1,0267	0,9989	1,0406	0,9967	1,0658		
18	0,9996	1,0932	0,9989	1,1201	0,9970	1,1463		
24	0,9998	1,1313	0,9992	1,1678	0,9976	1,1978	0,9955	1,1960
36	0,9999	1,1625	0,9997	1,2075	0,9989	1,2479	0,9976	1,2550
48	0,9999	1,1726	0,9999	1,2170	0,9994	1,2601	0,9983	1,2677
60	0,9999	1,1811	0,9999	1,2231	0,9995	1,2672	0,9984	1,2762
84	0,9999	1,1809	0,9999	1,2131	0,9995	1,2452	0,9981	1,2258
120	0,9998	1,1319	0,9996	1,1376	0,9988	1,1181	0,9957	0,9802

Panel B. Estimaciones de Svensson (1994)								
<i>M</i>								
	1		3		6		12	
<i>n</i>	$\rho_{s',s}$	σ_s/σ_s	$\rho_{s',s}$	σ_s/σ_s	$\rho_{s',s}$	σ_s/σ_s	$\rho_{s',s}$	σ_s/σ_s
2	0,9624	0,8542						
3	0,9925	0,8416						
6	0,9994	0,9406	0,9985	1,0278				
9	0,9997	1,0088	0,9994	1,0807				
12	0,9998	1,0486	0,9996	1,1079	0,9996	1,1697		
18	0,9988	1,0914	0,9998	1,1364	0,9999	1,1842		
24	0,9998	1,1179	0,9999	1,1582	0,9999	1,2033	0,9989	1,2661
36	0,9999	1,1572	0,9999	1,1975	0,9999	1,2471	0,9980	1,3075
48	0,9999	1,1830	0,9999	1,2255	0,9999	1,2797	0,9979	1,3431
60	0,9999	1,1944	0,9999	1,2367	0,9999	1,2901	0,9982	1,3459
84	0,9999	1,1858	0,9999	1,2188	0,9999	1,2531	0,9988	1,2529
120	0,9999	1,1590	0,9999	1,1696	0,9999	1,1609	0,9987	1,0513

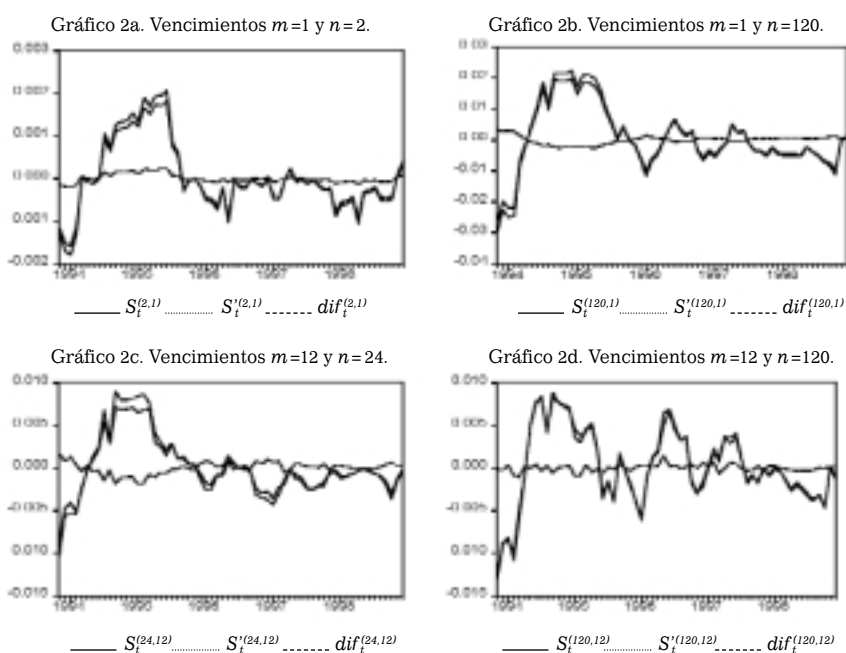
La tabla presenta los coeficientes de correlación, $\rho_{s',s}$, entre el diferencial de tipos teórico, $S_t^{(n,m)}$ y el diferencial de tipos real, $S_t^{(n,m)}$, donde n indica el vencimiento del tipo de interés a largo plazo y m el vencimiento del tipo de interés a corto plazo, y los *ratios* de sus desviaciones estándar, σ_s/σ_s , $S_t^{(n,m)}$ está calculado aplicando la expresión:

$$S_t^{(n,m)} = h' A \left[I - \frac{1}{k} (I - A^n) (I - A^m)^{-1} \right] (I - A)^{-1} z_t$$

donde h' es un vector de 4 elementos iguales a cero a excepción del primero que es igual a la unidad; A es la matriz (4 x 4) de coeficientes del modelo VAR(1); I es la matriz identidad (4 x 4); y k el número entero resultante de dividir n entre m .

En el Panel B del Cuadro 2 puede observarse cómo los resultados obtenidos no difieren de los mostrados en el Panel A, corroborándose la conclusión anterior de no poder rechazar el cumplimiento de la HE en el mercado español de Deuda Pública, ahora con independencia de la metodología seguida en la estimación de los tipos de interés cupón cero²².

GRÁFICO 2
Spread real, spread teórico y su diferencia



Se presenta gráficamente la evolución del *spread* real, $S_t^{(n,m)}$, del *spread* teórico, $S_t'^{(n,m)}$ y de la diferencia entre ambos:

$$diff_t^{(n,m)} = S_t^{(n,m)} - S_t'^{(n,m)}$$

$S_t'^{(n,m)}$ está calculado aplicando la siguiente expresión:

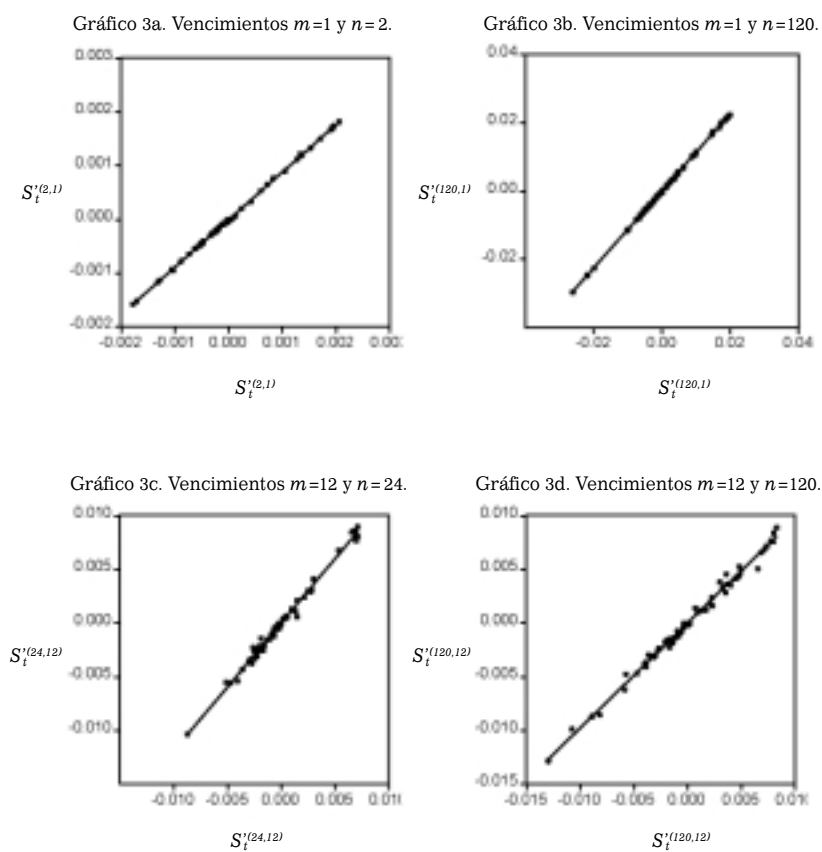
$$S_t'^{(n,m)} = h' A \left[I - \frac{1}{k} (I - A^n) (I - A^m)^{-1} \right] (I - A)^{-1} z_t$$

siendo h' un vector de 4 elementos iguales a cero a excepción del primero que es igual a la unidad; A la matriz (4 x 4) de coeficientes del modelo VAR(1); I la matriz identidad (4 x 4); y k el número entero resultante de dividir n entre m .

²²Se han utilizado las estimaciones de la curva cupón cero facilitadas por el Banco de España correspondientes al mismo rango temporal utilizado a lo largo del trabajo para así dotar de comparabilidad a los resultados obtenidos. No obstante, con el fin de considerar la posible influencia en estos resultados de prolongar el rango temporal considerado se han calculado de nuevo resultados del Panel B del Cuadro A utilizando las estimaciones de la curva cupón cero facilitadas por el Banco de España hasta diciembre de 2001 no hallándose diferencias significativas en los resultados.

El Gráfico 2 muestra los resultados presentados en el Panel A del Cuadro 2. En él no se aprecian prácticamente discrepancias entre el comportamiento del *spread* teórico calculado, $S_t^{(n,m)}$, y el *spread* real, $S_t^{(n,m)}$. Concretamente, se consideran las expectativas de los futuros tipos de interés a un mes en el plazo de 2 y 120 meses, así como las expectativas de los futuros tipos de interés a un año en el plazo de 2 y 10 años.

GRÁFICO 3
El *spread* teórico frente al *spread* real



Se presenta gráficamente el *spread* real, $S_t^{(m,n)}$, frente al *spread* teórico, $S_t^{(m,n)}$, donde:

$$S_t^{(n,m)} = h' A \left[I - \frac{1}{k} (I - A^n) (I - A^m)^{-1} \right] (I - A)^{-1} z_t$$

siendo h' un vector de 4 elementos iguales a cero a excepción del primero que es igual a la unidad; A la matriz (4 x 4) de coeficientes del modelo VAR(1); I la matriz identidad (4 x 4); y k el número entero resultante de dividir n entre m . Se dibuja la recta de regresión de la nube de puntos reflejándose la alta bondad de ajuste entre ambas variables y visualmente se aprecia la cercanía de ésta a la bisectriz del gráfico que señala la pendiente unitaria perfecta.

En el Gráfico 3 se representan los puntos que dibujan los pares conformados por los valores de ambos *spreads*, el real y el teórico. En él se observa la cercanía de los distintos pares que conforman la nube de puntos a su recta de regresión, así como la cercanía de ésta última a la bisectriz del gráfico que señala la pendiente unitaria perfecta.

6.2. El contraste de Wald

Como se ha señalado ya anteriormente, un segundo contraste, complementario al que se acaba de realizar, adecuado para corroborar estadísticamente la ya clara evidencia, al menos desde un punto de vista económico, a favor de la HE mostrada en el mercado español de Deuda Pública, consiste en examinar el conjunto de restricciones no lineales de los coeficientes de la matriz *A* del modelo VAR(1) – ecuación [10] – mediante un contraste de Wald.

CUADRO 3
Contraste de Wald

<i>n</i>	<i>m</i>				
	1	2	3	6	12
2	0,61014				
3	0,62408				
4	0,59165	0,49646			
5	0,54415				
6	0,49804	0,38505	0,25312		
7	0,46024				
8	0,43617	0,39082			
9	0,42254		0,42748		
10	0,41328	0,46589			
11	0,40643				
12	0,38862	0,51915	0,67487	1,50390	
18	0,28703	0,48211	0,72760	1,70171	
24	0,20403	0,35329	0,55301	1,35003	1,60753
36	0,14997	0,19514	0,27231	0,65542	0,90781
48	0,15127	0,16855	0,20365	0,41929	0,67050
60	0,15110	0,16601	0,19115	0,35573	0,60622
84	0,13273	0,15355	0,18014	0,34343	0,58386
120	0,12125	0,16247	0,21093	0,42121	0,76663

Contrasta la hipótesis $H_0: A\beta_{2px1} = 0$ contra la alternativa $H_A: A\beta_{2px1} \neq 0$, donde $A\beta$ es un vector de $2p$ funciones no lineales de los coeficientes del VAR(p) bivalente.

$$EC: f(\hat{\beta})'_{1x2p} \left\{ \text{var} \left[f(\hat{\beta}) \right] \right\}_{2px2p}^{-1} f(\hat{\beta})_{2px1} \sim \chi^2_{2p},$$

donde

$$\text{var} \left[f(\hat{\beta}) \right]_{2px2p} = \left[\frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \beta} \right]_{2px4p} \text{var} \left[\hat{\beta} \right]_{4px4p} \left[\frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \beta} \right]'_{4px2p},$$

siendo $\text{var} \left[\hat{\beta} \right]_{4px4p}$ la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas de los $4p$ parámetros estimados. Los valores críticos de χ^2_2 al 10%, 5% y 1% son 4,61, 5,99 y 9,21 respectivamente.

El Cuadro 3 muestra los estadísticos obtenidos como resultado de aplicar la expresión [11]. Los coeficientes estimados cumplen las restricciones no lineales impuestas por la HE, con un nivel de significación de un 5 %, de modo que se corrobora estadísticamente la evidencia a favor de la HE obtenida en la sección anterior al examinar el comportamiento conjunto de los *spreads* teórico y real. En este caso, la coherencia de los resultados obtenidos en el contraste informal y los obtenidos con el test de Wald hacen innecesaria la búsqueda de argumentos explicativos de las posibles divergencias que, como se ha señalado ya con anterioridad, no son nada infrecuentes en la literatura financiera que se ocupa de la cuestión aquí analizada.

7. Conclusiones

En este trabajo se ha analizado la relación existente entre los tipos de interés de los distintos plazos, desde el de un mes hasta el de 10 años, que definen la estructura temporal del mercado español de Deuda Pública. Para ello se ha seguido la metodología propuesta en Campbell y Shiller (1987 y 1991), evitando de este modo los inconvenientes propios de la regresión directa de futuros tipos de interés a corto plazo sobre el diferencial de tipos, inconvenientes que, en el mejor de los casos, limitarían el estudio a plazos más reducidos.

Inicialmente se ha comprobado que el diferencial de tipos de tiene un comportamiento estacionario y que es causa en el sentido de Granger de la variación del tipo de interés a corto plazo, las dos condiciones necesarias para que se cumpla la HE. Igualmente se ha efectuado la estimación de lo que se ha denominado el *spread* teórico, la suma ponderada de futuros tipos de interés que el mercado debe esperar si la HE se cumple, utilizando para ello un modelo de vector autoregresivo (VAR).

Seguidamente se ha realizado un primer contraste, examinando el comportamiento conjunto entre el *spread* teórico calculado y el *spread* real, obteniendo el coeficiente de correlación entre ambos y el cociente de sus desviaciones estándar. Los valores muy próximos a uno han revelado la gran capacidad predictiva del diferencial de tipos de interés sobre las expectativas del mercado de los futuros tipos de interés a corto plazo.

Un segundo contraste ha corroborado formalmente los resultados anteriores. Las restricciones no lineales que deben cumplir los coeficientes

del modelo VAR bivalente estimado para que el modelo de expectativas sea aceptado no han sido rechazadas en ningún caso como hipótesis nula en el contraste de Wald.

Así pues, los resultados obtenidos con esta metodología avalan de forma contundente la evidencia a favor de la HE no sólo en el corto plazo, en donde se confirman los resultados del análisis efectuado en Massot, Navarro y Nave (2001), sino además para un horizonte de predicción a más largo plazo, concretamente hasta el plazo de 10 años.

Por otra parte, este resultado coincide con el mostrado recientemente en Beyaert, García y Prats (2001) al analizar un periodo de tiempo similar al aquí considerado y aplicar la misma metodología que la aquí utilizada, aunque en este caso en el marco del mercado interbancario español. Asimismo, el resultado obtenido está en consonancia con los encontrados en la literatura revisada en la introducción de este trabajo que examina los diferentes mercados europeos, tal y como se constata en el reciente trabajo de Boero y Torricelli (2002), así como en la literatura más reciente que analiza el mercado de EEUU donde, como aquí, se aplican metodologías econométricas más refinadas sobre datos cuidadosamente seleccionados y tratados, como ocurre por ejemplo en Longstaff (2000b).

Finalmente, cabe observar que el resultado obtenido a favor de la HE en sentido amplio no es incompatible con la existencia de primas temporales, o por plazo, siempre que sean constantes en el tiempo, por lo que el estudio de su presencia en el mercado analizado, así como de su estructura temporal, mediante un contraste formal de la Hipótesis de la Preferencia por la Liquidez (Hicks, 1939) queda como una cuestión no resuelta a abordar en futuras investigaciones.

Apéndice A1. El modelo de estimación de Vasicek y Fong

Vasicek y Fong (1982) proponen para la estimación de la función de descuento un enfoque no paramétrico a través del cual obtener una curva que describa satisfactoriamente la totalidad de la estructura temporal. Así, estos autores desarrollan su modelo como sigue.

Sea p^k el precio de un bono expresado en tanto por uno de su valor nominal, que genera la siguiente corriente de pagos: $\{(C_1^k; t_1^k), (C_2^k; t_2^k)\}, \dots, \{(C_n^k; t_n^k)\}$, donde C_j^k , representa la cuantía en tanto por uno del pago por cupones o amortización del principal con vencimiento en t_j^k ; verificándose de esta forma que:

$$p^k = \sum_{j=1}^n C_j^k D(t_j^k) + Q^k + \gamma W^k + \varepsilon_k \quad [\text{A1.1}]$$

donde: Q^k es una variable ficticia que trata de recoger la disminución en el precio de un título de renta fija como consecuencia de la posible existencia de cláusulas de amortización anticipada, W^k denota una variable ficticia que trata de reflejar la disminución en el precio de un título debida a factores de tipo fiscal y $D(t_j^k)$ es el valor de la función de descuento en $t = t_j^k$.

Adicionalmente, este modelo supone la homocedasticidad de los tantos internos de rentabilidad de los títulos, lo que implica un comportamiento heterocedástico respecto a los precios. Por tanto, la varianza de los términos de error viene dada por la siguiente expresión:

$$E[\varepsilon_k^2] = \sigma^2 w_k \quad k = 1, 2, \dots, n \quad [\text{A1.2}]$$

donde: $w_k = (dp_k/dy_k)^2 = [D_k p_k]^2$, siendo D_k la duración modificada de Macaulay del k -ésimo bono y y_k el TIR del k -ésimo bono.

Se supone también que los términos de error para los diferentes bonos están incorrelacionados, es decir, $E[\varepsilon_k^2] = 0$ para $k \neq j$

A partir de estos supuestos, Vasicek y Fong proponen realizar el ajuste utilizando *splines* exponenciales. Para ello, sugieren llevar a cabo una transformación previa del argumento de la función $D(t)$ consistente en definir una nueva variable:

$$x = 1 - e^{-\alpha t} \quad 0 \leq t \leq +\infty \quad [\text{A1.3}]$$

donde α expresa una constante positiva.

A continuación definen la función $G(x)$ como:

$$D(t) = D\left(-\frac{1}{\alpha} \log(1-x)\right) \equiv G(x) \quad [\text{A1.4}]$$

Esta nueva función presenta las siguientes propiedades:

- a) $G(x)$ es una función decreciente, definida sobre el intervalo $[0, 1)$, verificándose las siguientes condiciones de contorno: $G(0) = 1$ y $\lim_{x \rightarrow 1} G(x) = 0$. Estas dos condiciones son equivalentes a exigir que: $D(0) = 1$ y $\lim_{t \rightarrow +\infty} D(t) = 0$, condiciones que debe verificar toda función de descuento.
- b) En la medida en que la función de descuento $D(t)$ es aproximadamente exponencial, es decir, $D(t) \approx e^{-p \cdot t}$, con $0 \leq t \leq +\infty$, entonces, la función $G(x)$ será aproximadamente una función potencial: $G(x) \approx (1-x)^{\frac{p}{\alpha}}$, con $0 \leq x \leq +1$.
- c) El modelo especificado es lineal respecto a $G(x)$.

Por último, Vasicek y Fong proponen estimar la función $G(x)$ a través de *splines* polinomiales cúbicas, es decir, funciones cúbicas a trozos, continuas y derivables hasta el segundo orden en los puntos de unión denominados “nudos”.

Obsérvese que, en la medida que $G(x)$ es una función polinomial cúbica, entonces $D(t)$ tiene la siguiente forma:

$$D(t) = a_0 + a_1 e^{-\alpha t} + a_2 e^{-2\alpha t} + a_3 e^{-3\alpha t} \quad [\text{A1.5}]$$

Es por ello que esta familia de curvas usadas para ajustar la función de descuento pueden ser descritas como funciones *splines* exponenciales.

Es importante señalar que la suavidad y la bondad del ajuste de la función de descuento depende del número de nudos del espacio de *splines* utilizado en la estimación, de tal forma que cuanto mayor sea el número de nudos mejor será la bondad del ajuste, pero a costa de empeorar la suavidad de la función resultante.

Referencias

- Anderson, N., F. Breedon, M. Deacon, A. Derry y G. Murphy (1996), *Estimating and interpreting the yield curve* John Willey and Sons.
- Ayuso, J. y M.L. de la Torre (1991): "Riesgo y volatilidad en el mercado interbancario", *Investigaciones Económicas* 15, pp. 89-119.
- Ayuso, J., A. Novales y M.L. de la Torre (1992): "¿Incorporan los tipos del interbancario una evaluación del riesgo?", *Revista Española de Economía* 9, pp. 343-379.
- Bekaert, G. y R.J. Hodrick (2001): "Expectations hypothesis tests", *The Journal of Finance* 4, pp. 1357-1399.
- Bekaert, G., R.J. Hodrick y D.A. Marshall (1997): "On bias in tests of the expectations hypothesis of the term structure of interest rates", *Journal of Financial Economics* 44, pp. 309-348.
- Beyaert, A., J.G. García y M.A. Prats (2001): "La estructura temporal y las expectativas de tipos a corto plazo en el mercado interbancario español", *Moneda y Crédito* 213, pp. 71-96.
- Boero, G. y Torricelli, C. (2002): "The information in the term structure of German interest rates", *The European Journal of Finance* 8, pp. 21-45.
- Campbell, J. (1986): "A defense of traditional hypothesis about term structure of interest rates", *Journal of Finance* 41, pp. 183-193.
- Campbell, J. y R.J. Shiller (1987): "Cointegration and tests of present value models", *Journal of Political Economy* 95, pp. 1062-1088.
- Campbell, J. y R.J. Shiller (1991): "Yield spreads and interest rate movements: a bird's eye view", *Review of Economic Studies* 58, pp. 495-514.
- Contreras, D., R. Ferrer, E. Navarro y J.M. Nave (1996): "Análisis factorial de la estructura temporal de los tipos de interés en España", *Revista Española de Financiación y Contabilidad* 25, pp. 139-160.
- Cox, J., J. Ingersoll y S. Ross (1981): "A re-examination of traditional hypothesis about the term structure of interest rates", *Journal of Finance* 36, pp. 769-799.
- Díaz, A. y F.S. Skinner (2001): "Estimating Corporate Yield Curves", *Journal of Fixed Income*, septiembre, pp. 95-103.
- Domínguez, E y A. Novales (2000): "Testing the expectations hypothesis in eurodeposits", *Journal of International Money and Finance*, octubre.
- Engsted, T. y K. Nyholm (2000): "Regime shifts in the Danish term structure of interest rates", *Empirical Economics* 25, pp. 1-13.
- Evans, y Lewis (1994): "Do stationary risk premia explain it all? Evidence from the term structure", *Journal of Monetary Economics* 33, pp. 285-318.
- Ezquiaga, I. (1990): "El análisis de la estructura temporal de los tipos de interés en el mercado español", *Información Comercial Española* 688, pp. 119-140.
- Ezquiaga, I. y X. Freixas (1991): "El mercado repo de letras del Tesoro: análisis empírico", Documento de Trabajo 89-09 (versión actualizada), FEDEA.

- Fama, E.F. (1984): "The information in the term structure", *Journal of Financial Economics* 13, pp. 509-528.
- Fama, E.F. y R.R. Bliss (1987): "The information in long-maturity forward rates", *American Economic Review* 77, pp. 680-692.
- Freixas, X. (1992): "Estructura temporal de tipos de interés: hipótesis teóricas y resultados empíricos", *Investigaciones Económicas* 16, pp. 187-203.
- Freixas, X. y A. Novales (1992): "Primas de riesgo y cambio de hábitat", *Revista Española de Economía* monográfico: "Mercados Financieros Españoles", pp.135-162.
- Gelarch, S. y F. Smets (1997): "The term structure of Euro-rates: some evidence in support of the expectations hypothesis", *Journal of International Money and Finance* 16, pp. 305-321.
- Hamilton, J.D. (1994), *Time series analysis*, Princeton University Press, New Jersey.
- Hardouvelis, G.A. (1988): "The predictive power of the term structure during recent monetary regimes", *The Journal of Finance* 43, pp. 339-356.
- Hardouvelis, G.A. (1994): "The term structure spread and future changes in long and short rates in the G7 countries", *Journal of Monetary Economics* 33, pp. 255-283.
- Hicks, J.R. (1939), *Value and Capital*, Oxford University Press, London.
- Hodrick, R.J. (1990): "Dividend yields and expected stock returns: alternative procedures for inference and measurement", *Review of Financial Studies* 5, pp. 357-386.
- Jones, D.S. y V.V. Roley (1983): "Rational expectations and the expectations model of the term structure. A test using weekly data", *Journal of Monetary Economics* 12, pp. 453-465.
- Lange, R. (1999): "The Expectations Hypothesis for the Longer end of the Term Structure: Some Evidence for Canada", Working Paper 99-20, Bank of Canada.
- Lin, B.H. (2002): "Fitting term structure of interest rates using B-splines: the case of Taiwanese Government bonds", *Applied Financial Economics* 12, pp. 57-75.
- Longstaff, F.A. (2000a): "Arbitrage and the Expectation Hypothesis", *The Journal of Finance* 55, pp. 989-995.
- Longstaff, F.A. (2000b): "The term structure of very short-term rates: New evidence for the expectations hypothesis", *Journal of Financial Economics* 58, pp. 397-415.
- Mankiw, N.G. (1986): "The term structure of interest rates revisited", *Brookings Papers on Economic Activity* 1, pp. 61-69.
- Mankiw, N.G. y L.H. Summers (1984): "Do long-term rates overreact to short-term interest rates?", *Brookings Papers on Economic Activity* 1, pp. 223-242.
- Mankiw, N.G. y J.A. Miron (1986): "The changing behavior of the term structure of interest rates", *The Quarterly Journal of Economics* 101, pp. 211-228.

- Martín, A.M. y J.M. Pérez de Villarreal (1990): "La estructura temporal de los tipos de interés: el mercado español de depósitos interbancarios", *Moneda y Crédito* 191, pp. 173-193.
- Massot, M., E. Navarro y J.M. Nave (2001): "Estimación de primas temporales a partir de la curva de bonos cupón-cero", *Revista Española de Financiación y Contabilidad* 109, pp. 795-813.
- McDonald, R. y A. E. H. Speight (1988): "The term structure of interest rates in the UK", *Bulletin of Economic Research* 44, pp. 287-299.
- McFadyen J., K. Pickerill y M. Devaney (1991): "The expectations hypothesis of the term structure: More Evidence", *Journal of Economics and Business* 43, pp. 79-85.
- Mills, T. C. (1991): "The term structure of UK interest rates: tests of the expectations hypothesis", *Applied Economics* 23, pp. 599-606.
- Mishkin, F.S. (1988): "The information in the term structure: some further results", *Journal of Applied Econometrics* 3, pp. 307-314.
- Navarro, E. y J.M. Nave (1997): "A two-factor duration model for interest rate risk management", *Investigaciones Económicas* 21, pp. 55-74.
- Navarro E. y J.M. Nave (2001): "The structure of spot rates and immunization: Some further results", *Spanish Economic Review* 3, pp. 273-294.
- Nave, J.M. (1998): "Estructura temporal de los tipos de interés e inmunización financiera en el mercado español", Tesis Doctoral, Universidad de Valencia.
- Nelson C.R. y A.F. Siegel (1987): "Parsimonious modeling of yield curves for U.S. treasury bills", *Journal of Business* 60, pp. 473-489.
- Núñez, S. (1995): "Estimación de la estructura temporal de los tipos de interés en España: elección de métodos alternativos", Documento de Trabajo 9522. Banco de España.
- Pérez, J.V., M. Sáez y C. Murillo (1997): "Expectativas y volatilidad condicionada. Los tipos de interés en el mercado interbancario", *Revista de Economía Aplicada* 5, pp. 83-107.
- Prats, M.A. y A. Beyaert (1998): "Testing the expectations theory in a market of short-term financial assets", *Applied Financial Economics* 8, pp. 101-109.
- Restoy, F. (1995): "Determinantes de la curva de rendimientos: hipótesis expectacional y primas de riesgo", Documento de Trabajo, 9530. Banco de España.
- Richardson, M. y J.H. Stock (1989): "Drawing inferences from statistics based on multiyear asset returns", *Journal of Financial Economics* 25, pp. 323-348.
- Rico, P. (1999): "Primas por plazo en el mercado español de deuda pública", *Revista de Economía Aplicada* 7, pp. 61-83.
- Robles, M.D. y R. Flores de Frutos (2000): "Time varying term premia and risk: the case of the Spanish interbank money market", *Applied Financial Economics* 10, pp. 243-260.
- Serrat, A. (1990): "Modelización de la estructura temporal de tipos de interés en equilibrio general", Documento de Trabajo 9006, CEMFI.

- Shea, G.S. (1985): "Interest rate term structure estimation with splines: A note", *The Journal of Finance* 40, pp. 319-325.
- Shiller, R.J. (1979): "The volatility of long-term interest rates and expectations models of the term structure", *Journal of Political Economy* 87, pp. 1190-1219.
- Shiller, R.J., J. Campbell y K. Schoenholtz (1983): "Forward rates and future policy: interpreting the term structure of interest rates", *Brooking Papers on Economic Activity* 1, pp. 173-217.
- Singleton, K. (1998): "Activos de renta fija con riesgo de insolvencia: valoración y gestión del riesgo", en Fundación BBV (Editor) *La gestión del riesgo de mercado y de crédito. Nuevas técnicas de valoración*.
- Sola, M. y J. Driffill (1994): "Testing the term structure of interest rates using a stationary vector autoregression with regime switching", *Journal of Economic Dynamics and Control* 18, pp. 601-628.
- Vasicek, O.A. y H.G. Fong (1982): "Term structure modelling using exponential splines", *The Journal of Finance* 37, pp. 339-348.

Abstract

In this paper we test the Expectations Hypothesis for the long-end of the Spanish term structure of interest rates. For so doing, the methodology proposed in Campbell and Shiller (1987, 1991), based on forecasts of future changes in interest rates obtained from a vector autoregressive model, has been applied on non-parametric estimations of the zero-coupon rates curve. The results show evidence supporting the Expectations Hypothesis and that the rates spread is also in the long term a good estimator of future interest rate changes.

Keywords: term structure of interest rates; expectations theory; Spanish market of Public Debt; VAR modelling.

*Recepción del original, noviembre de 2000
Versión final, diciembre de 2002*